Eidgenössische Finanzmarktaufsicht FINMA
Autorité fédérale de surveillance des marchés financiers FINMA
Autorità federale di vigilanza sui mercati finanziari FINMA
Swiss Financial Market Supervisory Authority FINMA

Technische Beschreibung für das SST-Standardmodell Aggregation und Mindestbetrag

Standardmodell Versicherungen

31. Januar 2024

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Das vorliegende Dokument definiert im Sinn von Artikel 45 der Aufsichtsverordnung (AVO; SR 961.011; Version vom 1. Januar 2024)

- das SST-Standardmodell zur Aggregation der Risikokategorien (Abschnitt 4),
- das SST-Standardverfahren zur Aggregation der Szenarien (Abschnitt 5),
- das SST-Standardmodell für die Berechnung des Mindestbetrags (MVM) (Abschnitt 6).

Diese Abschnitte richten sich insbesondere an SST-pflichtige Versicherungsunternehmen, die entsprechende Standardmodelle verwenden.

Das Dokument enthält zudem in Abschnitt 2 Definitionen und allgemeine Bemerkungen zu SST-Quotient, risikotragendem Kapital und Zielkapital und in Abschnitt 3 zur Berechnung des Zielkapitals. Diese Abschnitte sind grundsätzlich auch für Anwender interner Modelle relevant.

2 SST-Quotient, risikotragendes Kapital und Zielkapital

2.1 SST-Quotient

Der SST-Quotient zum Stichtag $t = 0$ ist nach Art. 39 AVO definiert als der Quotient von risikotragendem Kapital und Zielkapital,

$$\text{SST-Quotient} = \frac{RTK}{ZK}$$

wobei

- $RTK = RTK_0 =$ risikotragendes Kapital nach Art. 32 AVO zum Stichtag $t = 0$;
- $ZK = ZK_0 =$ Zielkapital nach Art. 35 AVO zum Stichtag $t = 0$.

Ein SST-Quotient kann genau dann ausgewiesen werden, wenn das Zielkapital ZK positiv ist (Art. 39 AVO), und dann ist das Schutzniveau des SST aus Art. 9b des Versicherungsaufsichtsgesetzes (VAG, SR 961.01) genau dann eingehalten, wenn der SST-Quotient mindestens 100% beträgt. Bei negativem risikotragendem Kapital ist der SST-Quotient von beschränkter Aussagekraft, weil er dann bei Erhöhung des Zielkapitals steigt.

Im Folgenden beschränken wir uns auf den Fall, dass keine risikoabsorbierenden Kapitalinstrumente vorhanden sind.

2.2 Risikotragendes Kapital

Ohne risikoabsorbierende Kapitalinstrumente sind die in Art. 32 AVO aufgeführten Ausdrücke "risikotragendes Kapital", "Kernkapital" und "SST-Nettoaktiven" identisch, und das risikotragende Kapital RTK_t zu einem Zeitpunkt t, insbesondere zum Stichtag $t = 0$, ist gegeben als Differenz des Werts A_t der Aktiven und des Werts L_t der Verbindlichkeiten, verringert um die Abzüge Ded_t:

$$RTK_t = A_t - L_t - Ded_t$$

Dabei ist:

- A_t = marktkonformer Wert der Aktiven in der SST-Bilanz zum Zeitpunkt t (Art. 24 AVO);
- $L_t = BEL_t + MVM_t + L_t^{oth}$ = marktkonformer Wert der Verbindlichkeiten (Art. 27 AVO) in der SST-Bilanz zum Zeitpunkt t. Der Wert der Versicherungsverpflichtungen ist gleich der Summe aus bestmöglichem Schätzwert BEL_t und Mindestbetrag MVM_t (Art. 30 AVO), und L_t^{oth} bezeichnet den Wert der anderen Verbindlichkeiten;
- $Ded_t = Div_t + Ded_t^{oth}$ = Abzüge nach Art. 32 Abs. 4 AVO, gegeben durch die Summe aus der vorgesehenen Dividende Div_t für das Vorjahr und den weiteren Abzügen Ded_t^{oth} (Kapitalrückzahlungen, gewisse eigene Aktien, immaterielle Vermögenswerte, gewisse Steuern).

2.3 Zielkapital

Das Zielkapital $ZK = ZK_0$ zum Stichtag $t = 0$ ist nach Art. 35 Abs. 2 AVO definiert über die Einjahresände rung des (diskontierten) risikotragenden Kapitals

$$ZK_0 = -ES_\alpha\left[\left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot RTK_1 - RTK_0\right]$$

wobei:

- ES_α = Expected Shortfall bei einer Eintrittswahrscheinlichkeit $\alpha = 1\%$ (Art. 36 und Anhang 3 AVO), wobei $1 - \alpha = 99\%$ dem Schutzniveau nach Art. 9b VAG und Art. 22 AVO entspricht;
- $r_{0,1}$ = einjähriger risikoloser Zinssatz in SST-Währung zum Zeitpunkt $t = 0$, d.h. mit Fälligkeit zum Zeitpunkt $t = 1$ (Art. 31 AVO).

Sind keine risikoabsorbierenden Kapitalinstrumente vorhanden, so entspricht das Zielkapital nach Art. 35 Abs. 1 AVO den SST-Nettoaktiven, die zum Stichtag mindestens vorhanden sein müssen, damit der Expected Shortfall der SST-Nettoaktiven am Ende der 12 Monate ab Stichtag nicht negativ ist. Auf dieser Grundlage verfügt ein Versicherungsunternehmen zum Stichtag $t = 0$ nach Art. 9 VAG über eine ausreichende Solvabiliät, bzw. das zu erreichende Schutzniveau ist eingehalten (Art. 21 und 22 AVO), bzw. der SST-Quotient ist mindestens 100%, wenn zum Zeitpunkt $t = 0$ gilt:

$$ES_\alpha[RTK_1] \geq 0.$$

3 Berechnung des Zielkapitals

3.1 Vereinfachung für Einjahresänderung und Zielkapital

Nach Abschnitt 2 ist das Zielkapital

$$ZK_0 = -ES_\alpha[\Delta RTK_1]$$

mit der Einjahresänderung ΔRTK_1 des risikotragenden Kapitals (RTK):

$$\Delta RTK_1 = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot RTK_1 - RTK_0$$

wobei das risikotragende Kapital RTK_t für $t \in \{0,1\}$ gegeben ist durch:

$$RTK_t = A_t - BEL_t - MVM_t - L_t^{oth} - Div_t - Ded_t^{oth}$$

Wir zerlegen nun ΔRTK_1 in die Summe einer Einjahresänderung $\Delta RTK_1''$ mit den Termen mit MVM_0, MVM_1 und Div_1 und einer Einjahresänderung $\Delta RTK_1'$ mit dem Term Div_0 und allen restlichen Termen, wobei der Term Div_0 zum Term A_1 verschoben wird.[1] Damit wird die Einjahresänderung:

$$\Delta RTK_1 = \Delta RTK_1' + \Delta RTK_1''$$

mit

$$\begin{aligned}\Delta RTK_1' = &\left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot \left(\left[A_1 + \left(1 + r_{0,1}\right) \cdot Div_0\right] - BEL_1 - L_1^{oth} - Ded_1^{oth}\right) \\ &- \left(A_0 - BEL_0 - L_0^{oth} - Ded_0^{oth}\right)\end{aligned}$$

$$\Delta RTK_1'' = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot \left(-MVM_1 - Div_1\right) - \left(-MVM_0\right) = MVM_0 - \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot \left(Div_1 + MVM_1\right)$$

Wir zerlegen MVM_0 in die Summe einer Kapitalkostenrückstellung CoC_0 für die Kapitalkosten für die Einjahresperiode ab Stichtag und $MVM_0^{\geq 1}$ für die Kapitalkosten für die folgenden Einjahresperioden:

$$MVM_0 = CoC_0 + MVM_0^{\geq 1}$$

Setzen wir dies in obige Formel für $\Delta RTK_1''$ ein und ordnen um, so erhalten wir:

$$\Delta RTK_1'' = \left(CoC_0 - \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot Div_1\right) + \left(MVM_0^{\geq 1} - \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot MVM_1\right)$$

Falls zulässig, so lässt sich dieser Ausdruck mit folgenden beiden Vereinfachungen umschreiben:

[1] Diese Verschiebung wird für die sogenannte Stationaritätsannahme getroffen, wie sie insbesondere in den Standardmodellen für Markt- und Kreditrisiko teilweise verwendet wird. Durch Modellierung der Aktiven bei $t = 1$ ohne Auszahlung der Dividende sollen diese näher bei den Aktiven bei $t = 0$ sein.

(1) Keine Änderung von $t = 0$ nach $t = 1$ in der Kapitalkostenrückstellung für die Einjahresperioden nach $t = 1$: $\left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot MVM_1 = MVM_0^{\geq 1}$.

(2) Im Expected Shortfall für das Zielkapital wird bei $t = 1$ keine Dividende bezahlt: $Div_1 = 0$.

Unter diesen Annahmen ist $\Delta RTK_1'' = CoC_0$ für den Expected Shortfall und damit ergibt sich für das Zielkapital die Vereinfachung:[2]

$$ZK_0 = -ES_\alpha[\Delta RTK_1'] - CoC_0$$

mit der vereinfachten Einjahresänderung des RTK:

$$\Delta RTK_1' = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot \left(\left[A_1 + \left(1 + r_{0,1}\right) \cdot Div_0\right] - BEL_1 - L_1^{oth} - Ded_1^{oth}\right) - \left(A_0 - BEL_0 - L_0^{oth} - Ded_0^{oth}\right)$$

Dabei entspricht $-ES_\alpha[\Delta RTK_1']$ gerade dem bisherigen Einjahresrisikokapital nach Rz 60 des FINMA-RS 2017/3, wie es in der Praxis typischerweise berechnet wurde.

Im SST 2024 kann die Kapitalkostenrückstellung CoC_0 für die Einjahresperiode ab Stichtag auf Null gesetzt werden. Verwendet ein Versicherungsunternehmen im SST 2024 eine positive Kapitalkostenrückstellung $CoC_0 > 0$, so ist der gewählte Wert im SST-Bericht zu erläutern.

3.2 Annahmen über die Bewertung und die Einjahresperiode ab Stichtag

Gemäss Rz 61 des FINMA-Rundschreibens 2017/3 ist das Zielkapital unter den Annahmen von Kapitel IV.B (Rz 34-43) zu ermitteln. Dies impliziert nach Rz 34 die Ermittlung von RTK_0 unter "going concern"-Annahmen, d.h. unter der Annahme, dass das Versicherungsunternehmen der eigenen Geschäftsplanung folgt. Letztere Annahme ist nach Rz 34 auch für die Einjahresperiode von $t = 0$ nach $t = 1$ zu treffen, wobei RTK_1 unter den "Run-off"-Annahmen von Rz 35-43 zu bewerten ist. Nach Rz 40-43 kommt es bei $t = 1$ allenfalls zu einer Umschichtung der Aktiven. In RTK_1 sind für die Bewertung der Aktiven bei $t = 1$ die Aktiven vor Umschichtung und für die Bewertung der Verbindlichkeiten die Aktiven nach Umschichtung zu betrachten.

3.3 Modulare Modellierung über Linearitätsannahme

Typischerweise und insbesondere im SST-Standardmodell wird die Einjahresänderung des RTK nicht als Ganzes modelliert, sondern über separate Teilmodelle ("Module"), die jeweils die RTK-Änderungen aufgrund einzelner Risikokategorien (z.B. Schadenversicherungsrisiko, Marktrisiko, Kreditrisiko) modellieren. Diesem Vorgehen liegen vereinfachende Annahmen zugrunde, auf die wir im Folgenden eingehen.

Dazu konzentrieren wir uns auf die Zufallsvariable RTK_1. Diese wird insbesondere aus Werten in der SST-Bilanz zu $t = 1$ berechnet. Wir schreiben RTK_1 als Funktion von Risikokategorien $i = 1, \dots, n$ dar-

[2] Für eine Zufallsvariable X und $a \in \mathbb{R}$ ist $ES_\alpha[X + a] = ES_\alpha[X] + a$ und falls $a > 0$, so ist $ES_\alpha[a \cdot X] = a \cdot ES_\alpha[X]$.

gestellt als Gruppen von Zufallsvariablen $X_{i,k}$ für $k = 1, \dots, m_i$, die teilweise Funktionen von Risikofaktoren (z.B. für Marktrisiko) und teilweise von Pseudorisikofaktoren (z.B. für Schadenversicherungsrisiko) sind:

$$RTK_1 = f\left(X_{1,1}, \dots, X_{1,m_1}, \dots, X_{n,1}, \dots, X_{n,m_n}\right)$$

Dabei handelt es sich typischerweise um eine Vereinfachung, der die Annahme zugrunde liegt, dass für RTK_1 (d.h. die verwendeten marktkonformen Werte und bestmöglichen Schätzwerte) nur die Werte der Risikofaktoren zum Zeitpunkt $t = 1$ relevant sind.

Die Funktion f hängt in mehr oder weniger komplizierter Weise von den $X_{i,k}$ ab, im Allgemeinen nichtlinear. Betrachte als illustratives Beispiel einen Summanden aus dem bestmöglichen Schätzwert der Schadenversicherungsverpflichtungen. Dargestellt für eine jährliche Verzinsungskonvention, ist dieser gegeben durch:

$$\frac{X_{1,l} \cdot X_{2,c}}{\left(1 + X_{2,l}\right)^l}$$

Dabei bezeichne $X_{1,l}$ die Zufallsvariable der erwarteten Versicherungszahlungen im Jahr l. Diese ist Schadenversicherungsrisiko ausgesetzt. Die Zufallsvariable $X_{2,c}$ bezeichne den stochastischen Wechselkurs von Schadenzahlungswährung in SST-Währung und $X_{2,l}$ den stochastischen Zinssatz für die relevante Maturität (unter jährlicher Verzinsung). Die Zufallsvariablen $X_{2,c}$ und $X_{2,l}$ sind Marktrisiko (insbesondere Zinsen und Wechselkurse) ausgesetzt. Also ist der Summand offenbar eine Funktion von Zufallsvariablen aus dem Schadenversicherungsrisiko (hier Gruppe 1) ebenso wie aus dem Marktrisiko (hier Gruppe 2). Er lässt sich jedoch nicht direkt "linearisieren", d.h. in eine Summe von Funktionen aufteilen, die je nur von einer einzelnen Risikokategorie abhängen.

Genau diese Linearisierungsannahme wird im Standardmodell getroffen: Es wird angenommen, dass Funktionen f_i für $i = 1, \dots n$ existieren, so dass

$$RTK_1 = f\left(X_{1,1}, \dots, X_{1,m_1}, \dots, X_{n,1}, \dots, X_{n,m_n}\right) \approx \sum_{i=1}^{n} f_i\left(X_{i,1}, \dots, X_{i,m_i}\right)$$

Dabei entsprechen $Z_i = f_i\left(X_{i,1}, \dots, X_{i,m_i}\right)$ der Änderung von RTK_1 unter den Zufallsvariablen der Risikokategorie i, wobei den Zufallsvariablen der anderen Risikokategorien $j \neq i$ feste Werte $x_{j,k}^0$ zugeordnet werden:

$$Z_i = f_i\left(X_{i,1}, \dots, X_{i,m_i}\right) = f\left(x_{1,1}^0, \dots, x_{1,m_1}^0, \dots, X_{i,1}, \dots, X_{i,m_i}, \dots, x_{n,1}^0, \dots, x_{n,m_n}^0\right)$$

Für $x_{j,k}^0$ werden typischerweise als Vereinfachung die Werte zum Zeitpunkt $t = 0$ genommen. D.h. z.B. die Zinsen zu $t = 0$ im Schadenversicherungsrisiko und die bestmöglichen Schätzwerte der Versicherungsverpflichtungen zu $t = 0$ im Marktrisiko.

4 Aggregation der Risikokategorien

Dieser Abschnitt behandelt die Aggregation der Risikokategorien, d.h. wie die einzelnen Auswirkungen der Risikokategorien zur Ermittlung des Gesamteffekts auf die Einjahresänderung des RTK zusammengefügt (aggregiert) werden.

4.1 SST-Standardmodell für Aggregation

Nach Abschnitt 3.1 ist das Zielkapital unter der dort beschriebenen Vereinfachung gegeben durch:

$$ZK_0 = -ES_\alpha[\Delta RTK_1'] - CoC_0$$

Dabei bezeichnet $\Delta RTK_1'$ die vereinfachte Einjahresänderung des RTK (ohne die Terme mit MVM_0, MVM_1 und Div_1), und CoC_0 bezeichnet die Kapitalkostenrückstellung für die Einjahresperiode ab Stichtag. Im SST-Standardmodell für Aggregation (unter obiger Vereinfachung) ist $-ES_\alpha[\Delta RTK_1']$ gegeben durch

$$-ES_\alpha[\Delta RTK_1'] = -ES_\alpha[Z] + KR_0^{Hyp}$$

wobei KR_0^{Hyp} das Kreditrisiko der Hypotheken bezeichnet, gemäss SST-Standardmodell für Kreditrisiko (Art. 45 Abs. 4 AVO, Technische Beschreibung Standardmodell Kreditrisiko). Die Zufallsvariable Z bezeichnet die vereinfachte Einjahresänderung des RTK ohne Berücksichtigung des Kreditrisikos der Hypotheken und ist gegeben durch

$$Z = Z_0 + Z_{Szen}$$

Dabei bezeichnet Z_{Szen} die Zufallsvariable für die Auswirkung der zu aggregierenden Szenarien[3], und Z_0 ist gegeben durch

$$Z_0 = Z_{Markt} + Z_{Kredit} + Z_{Leben} + Z_{Schaden} + Z_{Kranken}$$

Hier ist Z_{Markt} die Zufallsvariable für Marktrisiko, Z_{Kredit} die Zufallsvariable für Kreditrisiko ohne Hypotheken und Z_{Leben}, $Z_{Schaden}$ und $Z_{Kranken}$ sind die Zufallsvariablen für Leben-, Schaden- und Krankenversicherungsrisiko. Jede Zufallsvariable quantifiziere die vereinfachte Einjahresänderung des RTK aufgrund der entsprechenden Risikokategorie unter der Linearisierungsannahme von Abschnitt 3.3. Für Rückversicherungsunternehmen und Rückversicherungscaptives bezeichne $Z_{Schaden}$ die Zufallsvariable für das Nichtlebens(rück)versicherungsrisiko.

In diesem Abschnitt beschreiben wir das Standardmodell für die Aggregation innerhalb Z_0. Das Standardverfahren für die Aggregation der Szenarien Z_{Szen} zu Z_0 ist in Abschnitt 5 beschrieben.

[3] Vorgaben zur Aggregation von Szenarien finden sich in der "Technischen Beschreibung Szenarien".

Im SST-Aggregationsstandardmodell ist die Abhängigkeit zwischen den Zufallsvariablen Z_{Markt}, Z_{Kredit}, Z_{Leben}, $Z_{Schaden}$ und $Z_{Kranken}$ durch eine Gausscopula gegeben, mit folgender Korrelationsmatrix:[4]

Risikokategorie	Markt	Kredit	Leben	Schaden	Kranken
Markt	1.00	0.90	0.15	0.15	0.15
Kredit	0.90	1.00	0.15	0.15	0.15
Leben	0.15	0.15	1.00	0.25	0.25
Schaden	0.15	0.15	0.25	1.00	0.25
Kranken	0.15	0.15	0.25	0.25	1.00

Bei dieser Korrelationsmatrix handelt es sich um die Korrelationen für einen "typisches" Versicherungsunternehmen. Bei wesentlich abweichender Risikosituation reicht ein Versicherungsunternehmen einen Antrag für eine unternehmensindividuelle Anpassung am SST-Aggregationsstandardmodell im Sinn von Rz 107-109 des FINMA-Rundschreibens 2017/3 "SST" ein, ausser in den folgenden Situationen.

Spezialfall "Monoliner Kreditversicherung"

Die Abhängigkeit zwischen Schadenversicherungsrisiko und Marktrisiko hängt von der Art des Schadensgeschäfts ab. Speziell betrifft dies Unternehmen, die vorwiegend oder ausschliesslich Kreditversicherung oder -rückversicherung schreiben. Für diese ist das SST-Aggregationsstandardmodell mit obiger Korrelationsmatrix mit folgender Abweichung zu verwenden:

- Korrelation zwischen Markt und Schaden: 80%
- Korrelation zwischen Kredit und Schaden: 80%

Spezialfall internes Modell für Kreditrisiko der ausgehenden Rückversicherung/Retrozession

Wird das Kreditrisiko der ausgehenden (d.h. passiven) Rückversicherung oder Retrozession in einem internen Modell zusammen mit dem Versicherungsrisiko eines oder mehrerer Risikokategorien, z.B. Schaden oder Rückversicherung modelliert, so sind die oben festgelegten Korrelationen zwischen Versicherungsrisiko (einschliesslich Kreditrisiko der ausgehenden Rückversicherung oder Retrozession) und Marktrisiko, bzw. Versicherungsrisiko und verbleibenden Kreditrisiko typischerweise zu klein (auch wegen der hohen Abhängigkeit zwischen Kredit- und Marktrisiko). Ist dies in materiellem Umfang der Fall, so ist eine Anpassung der Korrelationen des SST-Aggregationsstandardmodells nötig und im Rahmen des internen Modells für Versicherungsrisiko inklusive Kreditrisiko der ausgehenden Rückversicherung oder Retrozession zu beantragen.

[4] Die Korrelationsmatrix kalibriert die Gausscopula, aber deren Korrelationen entsprechen im Allgemeinen nicht den resultierenden Pearson linearen Korrelationen zwischen den Zufallsvariablen.

4.2 Kalibrierung des SST-Aggregationsstandardmodells

Die Korrelationsmatrix für die Gausscopula aus Abschnitt 4.1 ist das Ergebnis des folgenden Kalibrierungsprozesses.

(1) Zunächst wird ein Abhängigkeitsmodell in der Form einer sogenannten "modifizierten Gausscopula" kalibriert.

(2) Das SST-Aggregationsstandardmodell aus Abschnitt 4.1 ergibt sich, indem die Korrelationsmatrix einer gewöhnlichen Gausscopula so kalibriert wird, dass sich ein vergleichbares Zielkapital ergibt wie für die modifizierte Gausscopula aus (1).

Die modifizierte Gausscopula, deren Kalibrierung und die Kalibrierung der im SST verwendeten gewöhnlichen Gausscopula werden im Anhang in Abschnitt 7.1 beschrieben.

5 Standardverfahren zur Aggregation von Szenarien

5.1 Aggregation zur modellierten Einjahresänderung

Wie in Abschnitt 4 betrachten wir die vereinfachte Einjahresänderung Z des RTK ohne Berücksichtigung des Kreditrisikos der Hypotheken (und ohne die Terme mit MVM_0, MVM_1 und Div_1). Die Zufallsvariable Z ist im Standardmodell gegeben als:

$$Z = Z_0 + Z_{Szen}$$

Dabei bezeichnet Z_{Szen} die Zufallsvariable für die Auswirkung der zu aggregierenden Szenarien und Z_0 die modellierte Einjahresänderung aus dem verwendeten Modell, mit kumulativer Verteilungsfunktion F_{Z_0}. Wir bescheiben im Folgenden die Aggregation von Z_0 und Z_{Szen} und Herleitung und Hintergrund zu Z_{Szen}.

Im Hinblick auf Art. 43 Abs. 6 und 7 AVO betrachten wir den Fall, in dem "das verwendete Modell Szenarien nicht genügend [abbildet]" und diese durch Aggregation "im Zielkapital berücksichtigt werden müssen".[5] "Nicht genügend abbildet" sei dargestellt dadurch, dass das Modell nicht die volle Verteilung von RTK_1 modelliert, sondern die Verteilung einer anderen Zufallsvariablen RTK_1^*, d.h.

$$Z_0 = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot RTK_1^* - RTK_0$$

Nun soll durch geeignete Aggregation zu Z_0 einer Zufallsvariablen Z_1 (insbesondere danach gegeben durch die Szenarien) die gewünschte Einjahresänderung erhalten werden, d.h. es soll gelten

$$Z = Z_0 + Z_1$$

[5] "Nicht genügend abbildet" gelte auch unter Berücksichtigung des Kreditrisikos von Hypotheken.

mit

$$Z_1 = (1 + r_{0,1})^{-1} \cdot (RTK_1 - RTK_1^*)$$

5.2 Szenarien

Wir gehen davon aus, dass sich die Zufallsvariable Z_1 approximieren lässt durch eine Zufallsvariable Z_{Szen} der speziellen Form

(A1) $\quad Z_1 \approx Z_{Szen} = \sum_{s=1}^{S} c_s \cdot 1_{A_s}$

Dabei ist $c_s \in \mathbb{R}$, und 1_{A_s} bezeichnet die Indikatorfunktion der Menge A_s, und wir nehmen an:

(A2) $\quad Z_0$ und 1_{A_s} für $s = 1, \dots, S$ sind unabhängig.

Wir interpretieren Z_{Szen} als die Auswirkung von Szenarien $s = 1, \dots, S$, wobei

- A_s bezeichnet das Ereignis, dass das Szenario $s \in \{1, \dots, S\}$ eintritt, mit Eintrittswahrscheinlichkeit $P[A_s] = p_s \in [0,1]$ (typischerweise klein);
- $c_s \in \mathbb{R}$ bezeichnet die Szenarioauswirkung (typischerweise negativ).

A_0 bezeichne das Ereignis, dass kein Szenario eintritt, und wir nehmen an:

(A3) $\quad \{A_0, A_1, \dots, A_s\}$ definieren eine disjunkte Zerlegung des Wahrscheinlichkeitsraums. Mit anderen Worten, in jedem Jahr kann höchstens ein Szenario einmal auftreten.

Weiter sei $c_0 = 0$ und $p_0 = P[A_0] = 1 - \sum_{s=1}^{S} p_s$, wobei wir voraussetzen, dass $p_0 > 0$.

Wir bemerken, dass c_s eine negative Zahl ist, wenn sich die Situation durch das Auftreten des Szenarios verschlechtert, d.h. sich das RTK verringert – was der typische Fall ist. Weiter entspricht (A2) in der Szenariointerpretation der Annahme, dass Z_0 keine Auswirkung darauf hat, wie oft welches Szenario eintritt.

Nach Art. 43 Abs. 5 AVO und Rz 73 des FINMA-Rundschreibens 2017/3 ist die Szenarioauswirkung $c_s \in \mathbb{R}$ gegeben durch die Veränderung des RTK zu $t = 1$ bei Eintreten des Szenarios (unter weiteren Spezifikationen). Dabei nehmen wir an, dass die Auswirkung des Szenarios s in der Zufallsvariablen RTK_1 enthalten ist, nicht aber in der Zufallsvariablen RTK_1^*.

Für die konkrete Berechnung eines Szenarios wird als Vereinfachung angenommen, dass RTK_1 für das Portfolio zu $t = 1$ berechnet wird, aber mit den Werten der (Pseudo-)Risikofaktoren $X_{i,k} = x_{i,k}^0$ (Abschnitt 3.3) zum Zeitpunkt $t = 0$, ausser denen, die für das Szenario ausgelenkt werden, d.h. $X_{i,k} = x_{i,k}^{scen}$. D.h. die Szenarioauswirkung $c_s \in \mathbb{R}$ wird berechnet über:

$$\begin{aligned} c_s \approx (1 + r_{0,1})^{-1} \cdot \Big(& RTK\big(\text{Portfolio bei } t = 1, \text{Risikofaktoren } X_{i,k} = x_{i,k}^{scen}\big) \\ & - RTK\big(\text{Portfolio bei } t = 1, \text{Risikofaktoren } X_{i,k} = x_{i,k}^{0}\big)\Big) \end{aligned}$$

5.3 Aggregation der Szenarien

Für die kumulative Verteilungsfunktion F_Z der Einjahresänderung Z erhalten wir mit (A1) und (A3) und dem Satz der totalen Wahrscheinlichkeit:

$$F_Z(z) \approx P[Z_0 + Z_{Szen} \le z] = \sum_{s=0}^{S} P[Z_0 + Z_{Szen} \le z | A_s] \cdot P[A_s] = \sum_{s=0}^{S} P[Z_0 \le z - c_s | A_s] \cdot p_s$$

Wegen Annahme (A2) ist $P[Z_0 \le z - c_s | A_s] = P[Z_0 \le z - c_s]$, also folgt

$$F_Z(z) = \sum_{s=0}^{S} F_{Z_0}(z - c_s) \cdot p_s$$

Zur konkreten Aggregation der Szenarien ergeben sich insbesondere folgende zwei Möglichkeiten:

(a) **verteilungsbasiert**: Verwendung obiger Formel für $F_Z(z)$;

(b) **simulationsbasiert**: Simulation von $Z = Z_0 + Z_{Szen}$ unter Verwendung von (A2) und (A3).

Im SST-Tool ist Variante (b) implementiert.

6 Ermittlung des Mindestbetrags (MVM)

6.1 Grundlagen

Allgemeine Formel für den MVM

Der Mindestbetrag ist gemäss Art. 30 Abs. 4 AVO die Kapitalkostenrückstellung, die für die eigene Erfüllung der Versicherungsverpflichtungen benötigt wird, um im durch das Schutzniveau vorgesehenen Umfang risikotragendes Kapital finanzieren zu können. Nach Rz 51 des FINMA-Rundschreibens 2017/3 "SST" und unter Verwendung von Rz 39 und Rz 53 wird der Mindestbetrag zum Zeitpunkt $t = 1$ berechnet als

$$MVM_1 = \sum_{k \ge 1} E\left[\frac{\eta_{CoC} \cdot \widetilde{ZK}_k}{\left(1 + R_{1,k+1}\right)^k} | \mathcal{F}_1\right]$$

Dabei bezeichnet η_{CoC} den Kapitalkostensatz gemäss Rz 53 und $\mathcal{F}_1$ die Sigma-Algebra der bei $t = 1$ verfügbaren Informationen. Das Zielkapital $\widetilde{ZK}_k$ für das Jahr k (d.h. von $t = k$ nach $t = k + 1$) und der Diskontfaktor $1/\left(1 + R_{1,k+1}\right)^k$ von $t = k + 1$ nach $t = 1$ sind vom Stichtag $t = 0$ aus gesehen stochastisch. Dasselbe gilt im Allgemeinen auch für MVM_1.

Vereinfachte Formel für den MVM

Wir betrachten den Mindestbetrag MVM_{t} für $t = 0$ und $t = 1$ unter der Vereinfachung (1) von Abschnitt 3.1. Insbesondere ist der Mindestbetrag MVM_1 deterministisch und der Mindestbetrag MVM_0 in der SST-Bilanz zum Stichtag

$$MVM_0 = CoC_0 + MVM_0^{\geq 1}$$

mit

$$MVM_0^{\geq 1} = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot MVM_1$$

Wir beschränken uns nachfolgend auf MVM_1.

Nach Rz 52 kann MVM_1 ohne abweichende Vorgabe der FINMA mittels folgender Formel berechnet werden:

$$MVM_1 = \eta_{CoC} \cdot \sum_{k \geq 1} ZK_k \cdot E\left[\left(1 + R_{1,k+1}\right)^{-k}\right]$$

Dabei bezeichnet ZK_k nun das Zielkapital *unter der erwarteten Entwicklung* bis zum Zeitpunkt $t = k$. Insbesondere ist MVM_1 unter obiger Formel zu $t = 0$ deterministisch. Unter der vereinfachenden Annahme an die Zinsen,

$$\left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot E\left[\left(1 + R_{1,k+1}\right)^{-k}\right] \approx \left(1 + r_{0,k+1}\right)^{-(k+1)}$$

erhalten wir:

$$\frac{MVM_1}{1 + r_{0,1}} = \eta_{CoC} \cdot \sum_{k \geq 1} \frac{ZK_k}{\left(1 + r_{0,k+1}\right)^{k+1}}$$

Dabei ist:

- $\eta_{CoC} = 6\% =$ Kapitalkostensatz gemäss Rz 53,
- $ZK_k =$ Zielkapital für das Jahr k (d.h. von $t = k$ nach $t = k + 1$) unter der erwarteten Entwicklung bis zum Zeitpunkt $t = k$,
- $r_{0,k+1} =$ risikoloser Zinssatz von $t = 0$ nach $t = k + 1$.

Für die konkrete Berechnung des MVM ist relevant, dass ZK_k aus Komponenten für verschiedene Risikoklassen besteht, deren Einjahresrisiko sich über die Zeit unterschiedlich entwickelt und unterschiedlich lange bestehen bleibt. So trägt z.B. Schadenversicherungsgeschäft mit "short tail" nach einigen Jahren vermutlich nicht mehr zum Zielkapital bei, im Gegensatz z.B. zu langfristigem Lebensgeschäft. Dies impliziert wiederum abnehmende relative Diversifikation innerhalb ZK_k über die Zeit, auch über die Reduktion des Volumens innerhalb einer Risikoklasse.

Annahmen für die Bewertung bei $t = 1$

Nach Rz 48 sind für den Zeitpunkt $t = 1$ insbesondere die Annahmen an die Bewertung zum Zeitpunkt $t = 1$ aus Rz 36-43 zu verwenden, insbesondere nach Rz 36 kein Neugeschäft ab $t = 1$. Aus den Rz 40-43 ergibt sich ein Plan zur eigenen Erfüllung, mit dem der Wert der Versicherungsverpflichtungen möglichst minimiert wird, und Annahmen an den Handel von Aktiven unter diesem Plan.

Daraus ergibt sich insbesondere die Vorstellung, dass die Aktiven bei $t = 1$ so gewählt werden, dass nur noch das nicht-hedgebare Marktrisiko verbleibt, wobei nur Aktiven mit verlässlichem Marktwert nach Rz 31 gekauft (ausser Rz 43) und nach $t = 1$ keine Aktiven ohne verlässlichen Marktwert verkauft werden können.

6.2 Standardmodell für den Mindestbetrag

Im Standardmodell ist der diskontierte Mindestbetrag $\left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot MVM_1$ gegeben durch die Summe

$$\frac{MVM_1}{1 + r_{0,1}} = MVM_{Leben} + MVM_{Schaden} + MVM_{Kranken} + MVM_{Rück} + MVM_{Captive} + MVM_{nhMarkt}$$

D.h. der diskontierte Mindestbetrag ist die Summe aus den "Sparten-Mindestbeträgen" MVM_{Sparte} für $Sparte \in \{\text{Leben, Schaden, Kranken, Rück, Captive}\}$ und der Komponente $MVM_{nhMarkt}$ des Mindestbetrags für das nicht-hedgebare Marktrisiko. Das Standardmodell für $MVM_{nhMarkt}$ ist in Abschnitt 6.3 beschrieben.

Die "Sparten-Mindestbeträge" MVM_{Sparte} decken folgende Risikokategorien ab:

- Versicherungsrisiko der Sparte,
- Kreditrisiko der ausgehenden Rückversicherung der Sparte,
- Szenarien der Sparte.

Das Kreditrisiko der Anlagen wird als null angenommen. Die Berechnung der "Sparten-Mindestbeträge" ist in den technischen Beschreibungen der spartenspezifischen Standardmodelle erklärt. Im SST-Template steht die Sparte Schaden, wo zutreffend, auch für die Sparten Rück und Captive.

6.3 Standardmodell für den MVM des nicht-hedgebaren Marktrisikos

Als Vereinfachung wird angenommen, dass der Mindestbetrag $MVM_{nhMarkt}$ des nicht-hedgebaren Marktrisikos gleich dem (Standalone) Marktrisiko ZK_{Markt} aus dem Zielkapital (für das Jahr $t = 0$ nach $t = 1$) multipliziert mit einem Faktor $factor_{nhMarkt}$ ist:

$$MVM_{nhMarkt} = \text{factor}_{nhMarkt} \cdot ZK_{Markt}$$

Dabei ist $\text{factor}_{nhMarkt}$ folgendermassen bestimmt:

$$\text{factor}_{nhMarkt} = \begin{cases} 6\% \cdot \dfrac{\sum_{Sparte} \chi_{Sparte} \cdot \widetilde{BE}_{Sparte}}{\sum_{Sparte} \widetilde{BE}_{Sparte}}, & \text{falls} \displaystyle\sum_{Sparte} \widetilde{BE}_{Sparte} > 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

wobei

- $\widetilde{BE}_{Sparte} = \begin{cases} BE_{Sparte} & \text{falls } BE_{Sparte} \geq 0 \\ \max\left(BE_{Sparte,">15"}; 0\right) & \text{falls } BE_{Sparte} < 0 \end{cases}$

  mit

  – $Sparte \in \{\text{Leben, Schaden, Kranken, Rück, Captive}\}$

  – BE_{Sparte} = auf den Zeitpunkt $t = 0$ mit der risikofreien Zinskurve diskontierter "Best Estimate" der Sparten-Versicherungsverpflichtungen

  – $BE_{Sparte,">15"}$ = auf den Zeitpunkt $t = 0$ mit der risikofreien Zinskurve diskontierter "Best Estimate" der Sparten-Versicherungsverpflichtungen für die Cashflows aller Jahre nach Jahr 15

und

- $\chi_{Sparte} = 1 \quad \text{für } Sparte \in \{\text{Leben, Kranken}\}$
- $\chi_{Sparte} = 0 \quad \text{für } Sparte = \text{Captive}$
- $\chi_{Sparte} = \begin{cases} 1, & \text{falls } \dfrac{BE^{(N)}_{Sparte,">15"}}{BE^{(N)}_{Sparte}} \geq 0.1 \text{ und } BE^{(N)}_{Sparte} > 0 \\ 1, & \text{falls } BE^{(N)}_{Sparte} \leq 0 \text{ und } BE^{(N)}_{Sparte,">15"} > 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für } Sparte \in \{\text{Schaden, Rück}\}$

  mit

  – $BE^{(N)}_{Sparte}$ = nicht-diskontierter "Best Estimate" der Sparten-Versicherungsverpflichtungen,

  – $BE^{(N)}_{Sparte,">15"}$ = nicht-diskontierter "Best Estimate" der Sparten-Versicherungsverpflichtungen für die Cashflows aller Jahre nach Jahr 15.

Die verwendete Vorzeichenkonvention ist: Ein positiver Betrag entspricht einer Verpflichtung und ein negativer Betrag einem Guthaben. Für die zu betrachten "Best Estimate" der Sparten-Versicherungsverpflichtungen und für die weiteren Details zur Berechnung von BE_{Sparte}, $BE_{Sparte,">15"}$, $BE^{(N)}_{Sparte}$ und $BE^{(N)}_{Sparte,">15"}$ verweisen wir auf die technische Beschreibung des entsprechenden spartenspezifischen Standardmodells.

Aufgrund der Langfristigkeit der Cashflows in den Sparten Leben und Kranken kann grundsätzlich davon ausgegangen werden, dass sie nicht-hedgebares Marktrisiko verursachen. Dieses wird allerdings als vernachlässigbar angenommen, wenn sowohl der Best Estimate in der Bilanz als auch der Best Estimate als Barwert der Cashflows nach 15 Jahren einem Guthaben entspricht (d.h. negativ ist). Für die Sparte Captive wird zur Vereinfachung und wegen der typischerweise kürzerfristigen Cashflows $\chi_{Captive} = 0$ gesetzt.

Der Formel zur Herleitung von χ_{Sparte} für die Sparten Schaden und Rück liegt die Annahme zugrunde, dass Staatsanleihen bis zu einer Maturität von 15 Jahren verlässliche Marktwerte haben und daher erst längerfristige Cashflows in Schaden und Rück materiell zum nicht-hedgebaren Marktrisiko beitragen.

Die 6 % in der Formel für $\mathrm{factor}_{nhMarkt}$ entsprechen nicht dem Kapitalkostensatz CoC, sondern ergeben sich aus einem Industrievergleich aus dem SST zwischen Marktrisiko und der MVM-Komponente für das nicht-hedgebare Marktrisiko.

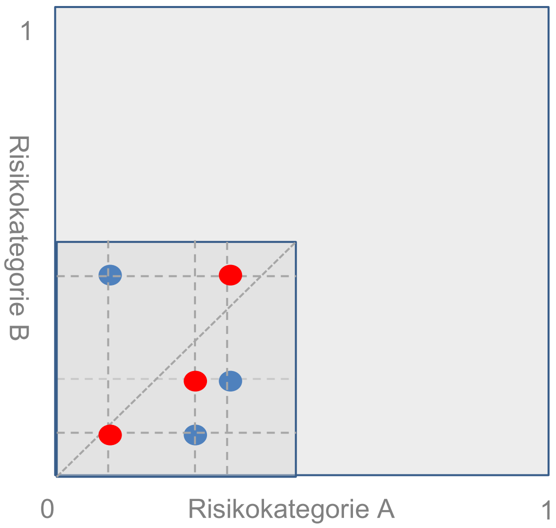
7 Anhang

7.1 Modifizierte Gausscopula

7.1.1 Modifizierte Gausscopula

Grundidee Umordnung

Die Grundidee lässt sich mit folgender Illustration darstellen. Wir betrachten die Abhängigkeiten zwischen zwei Risikokategorien im "unteren Tail" (tiefe Perzentile), was in unserem Fall "schlechten Ergebnissen", d.h. tiefen RTK_1 aufgrund beider Risikokategorien entspricht. Die drei blauen Punkte seien durch eine gewisse Copula gegeben. Durch "Umordnung" der drei Punkte soll die Abhängigkeit im "unteren Tail" verstärkt werden.



Die drei roten Punkte sind die umgeordneten Punkte unter einer "komonotonen" Umordnung. Dabei ergibt sich der erste rote Punkt durch Umordnung aus dem kleinsten Wert der Risikokategorie A für die drei blauen Punkte und dem kleinsten Wert der Risikokategorie B für die drei blauen Punkte, der zweite aus den zweitkleinsten Werten und der dritte aus den grössten Werten. Offenbar liegen die drei roten Punkte näher an der Diagonale, d.h. die Abhängigkeit hat sich durch die Umordnung erhöht. Beachte auch, dass sich die Projektionen auf Risikokategorie A und B nicht geändert haben.

Normalregime und Extremregime

Für die Modellierung der Abhängigkeiten zwischen den Risikokategorien mit der modifizierten Gausscopula soll folgende Eigenschaft berücksichtigt werden:[6]

[6] Diese Eigenschaft ist für das Modell der gewöhnlichen Gausscopula aus Abschnitt 4.2 nur noch im Ergebnis erfüllt.

- Eigenschaft ("synthetic fact"): Im Vergleich zu "Normalsituationen" sind die Abhängigkeiten zwischen Risikokategorien in "Extremsituationen" erhöht, d.h. die Zufallsvariablen der Risikokategorien nehmen eher gleichzeitig tiefe Werte (d.h. tiefe RTK_1) an.

Zur Modellierung dieser Eigenschaft nehmen wir an, dass es verschiedene Regime $s = 0,1, \dots, S$ mit zugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeiten p_s gibt, die sich in Bezug auf die Abhängigkeiten zwischen den Risikokategorien unterscheiden, wobei in jedem SST-Jahr genau ein Regime auftritt (d.h. insbesondere $\sum_{s=0}^{S} p_s = 1$). Dabei bezeichne $s = 0$ das "Normalregime", unter dem die Abhängigkeiten durch eine bestimmte Copula C_0 (z.B. eine Gausscopula) gegeben seien. Die Copula C_0 sei jedoch für die "Extremregime" $s = 1, \dots, S$ nicht angemessen.

Bedingte Umordnung

Die modifizierte Gausscopula ist ein Spezialfall der "bedingten Umordnung". Wir erklären zuerst die bedingte Umordung und danach die modifizierte Gausscopula.

Sei $I \in \{0,1, \dots, S\}$ die Indikatorzufallsvariable für das realisierte Regime, mit $P[I = s] = p_s$. Dann definiert $A_s = \{I = s\}$ für $s = 0,1, \dots, S$ eine disjunkte Zerlegung des Wahrscheinlichkeitsraums entsprechend den realisierten Regimen, mit $P[A_s] = p_s$. Für die bedingte Umordnung soll eine Copula als Mischung über die Regime s definiert werden. D.h. gegeben Verteilungsfunktionen $F_s(a_1, \dots, a_d)$ von auf A_s definierten Zufallsvariablen soll sich eine Copula $\tilde{C}$ ergeben durch:

$$\tilde{C}(a_1, \dots, a_d) = \sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot F_s(a_1, \dots, a_d) \quad \text{für } (a_1, \dots, a_d) \in [0,1]^d$$

Dies definiert eine Copula, wenn $\tilde{C}$ eine Verteilungsfunktion mit uniform-$[0,1]$-verteilten Marginalen ist. Als Mischung ist $\tilde{C}$ eine Verteilungsfunktion, weil die F_s Verteilungsfunktionen sind. Genauer gesagt wählen wir Verteilungsfunktionen F_s von folgender Form:

$$F_s(a_1, \dots, a_d) = C_s\left(F_{s,1}(a_1), \dots, F_{s,d}(a_d)\right)$$

für Copulas C_s und Marginalverteilungen $F_{s,i}$. Dabei sei C_0 die erwähnte Copula für das Normalregime, und wir bezeichnen mit $X_0 = \left(X_{0,1}, \dots, X_{0,d}\right)$ einen Zufallsvektor auf dem ganzen Hyperwürfel $[0,1]^d$ mit Verteilungsfunktion gegeben durch die Copula C_0.

Die Idee der "Umordnung" besteht nun in folgendem: Für alle Verteilungsfunktionen F_s werden die Marginalverteilungen $F_{s,i}$ aus der Copula C_0 eingeschränkt auf A_s verwendet, d.h.

$$F_{s,i}(a_i) = P\left[X_{0,i} \le a_i | A_s\right]$$

aber für $s = 1, \dots, S$ wird die Abhängigkeitsstruktur anstelle von C_0 durch Copulas C_s definiert. Beachte dabei, dass X_0 eingeschränkt auf A_0 die angenommene Verteilung F_0 hat, weil

$$F_0(a_1, \dots, a_d) = C_0\left(P\left[X_{0,1} \le a_1 | A_0\right], \dots, P\left[X_{0,d} \le a_d | A_0\right]\right) = P\left[X_{0,1} \le a_1, \dots, X_{0,d} \le a_d | A_0\right]$$

Damit $\tilde{C}$ tatsächlich eine Copula ist, bleibt zu zeigen, dass die Marginale uniform-$[0,1]$-verteilt sind. Da die $X_{0,i}$ uniform-$[0,1]$-verteilt sind, folgt mit dem Satz der totalen Wahrscheinlichkeit:

$$\sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot F_{s,i}(a_i) = \sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot P\left[X_{0,i} \leq a_i | A_s\right] = P\left[X_{0,i} \leq a_i\right] = a_i$$

Weil die C_s Copulas sind, d.h. uniform-$[0,1]$-verteilte Marginale haben, folgt daraus wie gewünscht:

$$\begin{aligned}\tilde{C}(1, \dots 1, a_i, 1, \dots, 1) &= \sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot C_s\left(F_{s,1}(1), \dots, F_{s,i-1}(1), F_{s,i}(a_i), F_{s,i+1}(1), \dots, F_{s,d}(1)\right) \\ &= \sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot C_s\left(1, \dots, 1, F_{s,i}(a_i), 1, \dots, 1\right) = \sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot F_{s,i}(a_i) = a_i\end{aligned}$$

Implementierung der bedingten Umordnung

Die definierte Abhängigkeitsstruktur kann implementiert werden, indem für jedes $s = 1, \dots, S$ die Realisierungen von X_0 in A_s gemäss der Copula C_s umgeordnet werden ("rank tied"):

(1) Für $s = 1, \dots, S$ bezeichnen $\left(x_k^{s,1}, \dots, x_k^{s,d}\right)_{k=1,\dots,n}$ die Realisierungen von X_0 in A_s.

(2) Aus der Copula C_s für $s = 1, \dots, S$ werden Samples $\left(u_k^{s,1}, \dots, u_k^{s,d}\right)_{k=1,\dots,n}$ gezogen.

(3) Für $i = 1, \dots, d$ sei $\varphi_i(k) \in \{1, \dots, n\}$ der (z.B.) aufsteigende Rang von $x_k^{s,i}$ innerhalb $\left\{x_1^{s,i}, \dots, x_n^{s,i}\right\}$ und $\psi_i(k) \in \{1, \dots, n\}$ der aufsteigende Rang von $u_k^{s,i}$ innerhalb $\left\{u_1^{s,i}, \dots, u_n^{s,i}\right\}$.

(4) Dann ist die Umordnung von $\left(x_k^{s,1}, \dots, x_k^{s,d}\right)_{k=1,\dots,n}$ gegeben durch $\left(x_{\pi_1(k)}^{s,1}, \dots, x_{\pi_d(k)}^{s,d}\right)_{k=1,\dots,n}$, wobei $\pi_i = {\varphi_i}^{-1} \circ \psi_i$.

Damit werden für $s = 1, \dots, S$ die Realisierungen von X_0 in A_s auf die Copula C_s umgeordnet, ohne dass sich die Marginalverteilungen ändern. Für $s = 0$ ist keine Umordnung nötig, da die Realisierungen von X_0 in A_0 bereits die richtige Verteilung haben (siehe oben). Somit wird durch den Algorithmus tatsächlich die Copula $\tilde{C}$ implementiert.

Zur Spezifizierung der bedingten Umordnung werden somit für $s = 0,1, \dots, S$ die Copulas C_s und die Teilmengen $A_s = \{I = s\}$ der Regime mit $P[A_s] = p_s$ benötigt. Im Folgenden wird eine einfache Spezifikation beschrieben, insbesondere für A_s.

Modifizierte Gausscopula

Wir spezifizieren die modifizierte Gausscopula als Spezialfall der bedingten Umordnung. Dazu sei C_0 eine Gausscopula und zur Vereinfachung seien C_s für $s = 1, \dots, S$ ebenfalls Gausscopulas. Zur Berücksichtigung obiger gewünschter Eigenschaft ("synthetic fact") über die Abhängigkeiten zwischen Risikokategorien nehmen wir vereinfacht an, dass die Extremregime $s = 1, \dots, S$ nur in folgenden Hyperrechtecken R_s innerhalb $[0,1]^d$ auftreten (tendenziell entsprechend tiefen RTK_1-Werten für Risikokategorien). D.h. für

$$R_s = \left\{(a^1, \dots, a^d) \in [0,1]^d \middle| 0 \leq a^i < t_s^i \text{ für } i = 1, \dots, d\right\} \quad \text{für } s = 1, .., S$$

nehmen wir an:

$$A_s \subseteq \{X_0 \in R_s\} \text{ für } s = 1, .., S$$

Dies ist natürlich nur möglich, wenn $P[X_0 \in R_s] \geq P[A_s] = p_s$ für $s = 1, .., S$. Wir gehen darauf unten unter "einschränkenden Bedingungen" weiter ein.

In der Definition von R_s sind $0 < t_s^i \leq 1$ für $i = 1, \dots, d$ die Grenzen für das Regime $s = 1, \dots, S$. In den Hyperrechtecken R_s kann per-se auch das Normalregime auftreten, da auch im Normalregime "zufällig" gleichzeitig tiefe Werte für die Risikokategorien auftreten können. Aufgrund der Definition von R_s ist für $s = 1, .., S$ die Eigenschaft $A_s \subseteq \{X_0 \in R_s\}$ invariant unter Umordnung, d.h. sie impliziert $\tilde{A}_s \subseteq \{X_0 \in R_s\}$ für jede Umordnung $\tilde{A}_s$ von A_s.

Für die Extremregime $s = 1, \dots, S$ folgt aus $P[A_s] = p_s$ und $A_s \subseteq \{X_0 \in R_s\}$:

$$p_s = P[I = s, X_0 \in R_s] = P[X_0 \in R_s] \cdot P[I = s | X_0 \in R_s]$$

D.h. die Wahrscheinlichkeit, dass Punkte von X_0 innerhalb R_s umgeordnet werden müssen, weil sie einer Realisierung des Regimes s entsprechen, hängt ab von der Wahrscheinlichkeit, dass X_0 in R_s fällt:

$$P[I = s | X_0 \in R_s] = \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]}$$

Daraus ergibt sich eine einfache Variante für die Definition der Teilmengen $A_s = \{I = s\}$:

- Definition der Teilmengen $A_s = \{I = s\} \subseteq \{X_0 \in R_s\}$ für $s = 1, .., S$: Wir nehmen an, dass die Realisierungen $I = s$ innerhalb von $\{X_0 \in R_s\}$ in folgendem Sinn "gleichverteilt" sind: für jede Teilmenge $M \subseteq R_s$ mit $P[X_0 \in M] > 0$ gilt:

  $$P[I = s | X_0 \in M] = P[I = s | X_0 \in R_s] = \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]}$$

  Dann lässt sich A_s wie folgt mittels einer Bernoulli-Zufallsvariablen B_s definieren, die von X_0 unabhängig ist und mit $P[B_s = 1] = \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]}$:

  $$A_s = \{X_0 \in R_s, B_s = 1\}$$

Für die Implementierung bedeutet dies, dass mit der unabhängigen Bernoulli-Zufallsvariablen B_s bestimmt wird, welche Realisierungen von X_0 in R_s umgeordnet werden.

Einschränkende Bedingungen für die modifizierte Gausscopula

Die wie oben beschrieben konstruierte modifizierte Gausscopula lässt sich nicht für beliebige Parameter definieren, sondern es besteht folgende einschränkende Bedingung: Ist $S_0 \subseteq \{1, \dots, S\}$ eine Teilmenge mit $P\left[X_0 \in \bigcap_{s \in S_0} R_s\right] > 0$, so ist $s \in \{1, \dots, S\} \longmapsto P\left[I = s \middle| X_0 \in \bigcap_{s \in S_0} R_s\right]$ eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, also muss gelten:

$$\sum_{s \in S_0} P\left[I = s \middle| X_0 \in \bigcap\nolimits_{s \in S_0} R_s\right] \leq 1$$

Für obige Definition der Teilmengen $A_s = \{I = s\}$ folgt daraus mit der dazugehörigen "Gleichverteilungsannahme" $P\left[I = s \middle| X_0 \in \bigcap_{s \in S_0} R_s\right] = \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]}$:

$$\sum_{s \in S_0} \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]} \leq 1$$

Dies ist insbesondere dann erfüllt, wenn

- **Hinreichende einschränkende Bedingung**:

$$\sum_{s=1}^{S} \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]} \leq 1$$

Parameter

Für die modifizierte Gausscopula sind folgende Parameter festzulegen:

(a) Korrelationsmatrix der Gausscopula C_0 für das Normalregime;

(b) Eintrittswahrscheinlichkeit p_s für jedes Extremregime $s = 1, .., S$;

(c) Grenzen t_s^i pro Risikokategorie $i = 1, \dots, d$ für jedes Extremregime $s = 1, .., S$;

(d) Korrelationsmatrizen der Gausscopula C_s für jedes Extremregime $s = 1, .., S$.

7.1.2 Kalibrierung der modifizierten Gausscopula

Zur Festlegung der Parameter (a)-(d) aus Abschnitt 7.1.1 für die modifizierte Gausscopula betrachten wir Ereignisse, die Abhängigkeiten zwischen den Zufallsvariablen Z_{Markt}, Z_{Kredit}, Z_{Leben}, $Z_{Schaden}$ und $Z_{Kranken}$ der RTK-Änderungen aufgrund der verschiedenen Risikokategorien erzeugen. Dabei unterscheiden wir:

Kalibrierung für das Normalregime (d.h. von C_0)

Im Normalregime gehen wir davon aus, dass die Abhängigkeiten zwischen Risikokategorien aus der kombinierten Auswirkung von Abhängigkeitstreibern entstehen. Beispiele von Abhängigkeitstreibern sind "Inflationserhöhung", "Langlebigkeitserhöhung" und "Finanzmarktverschlechterung" (keine Krise).

Die Schätzung der Korrelationsmatrix der Gausscopula C_0 aus der kombinierten Auswirkung der Abhängigkeitstreiber ergibt sich aus folgenden Schritten:

(1) Für jeden Abhängigkeitstreiber wird pro Risikokategorie die Auswirkung des Abhängigkeitstreibers auf die RTK-Änderungen der Risikokategorie für einen "typischen" Versicherer qualitativ abgeschätzt (RTK "fällt stark", "fällt" oder "neutral").

(2) Pro Paar von Risikokategorien wird die Auswirkung jedes Abhängigkeitstreibers auf die beiden Risikokategorien in eine Aussage über die Abhängigkeit zwischen den Risikokategorien aufgrund des Risikotreibers umgewandelt ("neutral" mit jeder Auswirkung ergibt "neutral"; "fällt" mit "fällt" oder "fällt stark" ergibt "fällt"; "fällt stark" und "fällt stark" ergibt "fällt stark").

(3) Pro Paar von Risikokategorien ergibt sich die entsprechende Korrelation aus der Kombination der Abhängigkeiten zwischen den Risikokategorien aufgrund der betrachteten Abhängigkeitstreiber.

Kalibrierung für die Extremregime (d.h. von p_s, $(t_s^i)_{i=1,\dots,d}$ und C_s für $s = 1, \dots, S$)

Jedes Extremregime wird über eine repräsentative Klasse von Ereignissen mit Auswirkung auf mehrere Risikokategorien definiert (siehe unten) und erhält eine Eintrittswahrscheinlichkeit p_s. Für jedes Extremregime werden folgende Schritte durchgeführt:

(1) Pro Risikokategorie wird die Auswirkung der Ereignisse auf die RTK-Änderungen der Risikokategorie für einen "typischen" Versicherer qualitativ abgeschätzt ("hoch", "mittelhoch", "mittel", "tief-mittel" und "tief").

(2) Diese Auswirkungsschätzungen werden pro Risikokategorie auf Grenzen t_s^i und pro Paar von Risikokategorien auf Korrelationen für die Korrelationsmatrix der Gausscopula C_s abgebildet. Dabei wird z.B. angenommen, dass eine "hohe" Auswirkung auf Risikokategorie A und eine "tiefe-mittlere" Auswirkung auf Risikokategorie B zu einer "tiefen-mittleren" Korrelation führt.

Folgende Extremregime werden betrachtet:

(a) Regime "Financial Distress"/ "Finanzkrise" ($s = 1$): Eintrittswahrscheinlichkeit $p_1 = 0.01$;

(b) Regime "Pandemie" ($s = 2$): Eintrittswahrscheinlichkeit $p_2 = 0.01$;

(c) Regime "Katastrophe" ($s = 3$): Eintrittswahrscheinlichkeit $p_3 = 0.02$. Dazu gehören z.B. Nat Cat, World Trade Center, Vulkanausbruch, Emerging Liability Catastrophe, etc.

Die Parameter für die modifizierte Gausscopula werden basiert auf ökonomischen Zusammenhängen, plausiblen Annahmen über die Auswirkung auf das Versicherungsgeschäft und Experteneinschätzungen aus FINMA und Industrie geschätzt.

7.1.3 Kalibrierung der gewöhnlichen Gausscopula für den SST

Die Korrelationsmatrix der gewöhnlichen Gausscopula aus Abschnitt 4.1 wird basierend auf marktweiten SST-Ergebnissen so kalibriert, dass bei der modifizierten und der gewöhnlichen Gausscopula (spartenweise und für generische Versicherungsgruppen) die gleichen durchschnittlichen SST-Ergebnisse resultieren.

8 Aufstellung der Änderungen an diesem Dokument

Änderungen auf 31. Oktober 2022

(1) Abschnitt 6.3: Anpassung des Standardmodells für den MVM des nicht-hedgebaren Marktrisikos, um auch negative Best Estimates zu berücksichtigen.

Änderungen auf 31. Oktober 2023

(2) Abschnitt 2 (SST-Quotient, risikotragendes Kapital und Zielkapital): Der ganze Abschnitt ist neu. Er beschreibt die Grundzüge dieser Grundbegriffe gemäss der revidierten AVO (in Kraft ab 1. Januar 2024) und drückt die Begriffe in Formeln aus.

(3) Abschnitt 3 (Berechnung des Zielkapitals): Ersetzt die bisherigen Abschnitte 2 und 3.1. Beschreibt die Berechnung des Zielkapitals und gewisse in der Praxis verwendete Vereinfachungen, besonders im neuen Abschnitt 3.1 in Folge der revidierten AVO.

(4) Abschnitt 4 (Aggregation der Risikokategorien): Bisheriger Abschnitt 3 ohne Abschnitte 3.1 und 3.3. Berücksichtigt die durch die AVO-Revision notwendig gewordenen Anpassungen.

(5) Abschnitt 5 (Standardverfahren zur Aggregation von Szenarien), Abschnitt 6 (Ermittlung des Mindestbetrags (MVM)): Bisherige Abschnitte 4 und 5. Berücksichtigt die durch die AVO-Revision notwendig gewordenen Anpassungen.

(6) Abschnitt 7 (Anhang): Bisheriger Abschnitt 3.3, unverändert.

Änderungen auf 31. Januar 2024

(1) Abschnitt 4.1: Löschen eines "z.B.".