Eidgenössische Finanzmarktaufsicht FINMA
Autorité fédérale de surveillance des marchés financiers FINMA
Autorità federale di vigilanza sui mercati finanziari FINMA
Swiss Financial Market Supervisory Authority FINMA

Description technique du modèle standard SST pour l’agrégation et le montant minimum

Modèle standard assurances

31 janvier 2024

Table des matières

1 Introduction 4

2 Quotient SST, capital porteur de risque et capital cible 4

2.1 Quotient SST 4

2.2 Capital porteur de risque 5

2.3 Capital cible 5

3 Calcul du capital cible 6

3.1 Simplification pour la variation sur un an et capital cible 6

3.2 Hypothèses concernant l'évaluation et la période d'un an à partir de la date de référence 7

3.3 Modélisation modulaire par hypothèse de linéarité 7

4 Agrégation des catégories de risques 9

4.1 Modèle standard SST pour l'agrégation 9

4.2 Calibrage du modèle standard SST pour l'agrégation 11

5 Procédure standard pour l'agrégation de scénarios 11

5.1 Agrégation à partir de la variation sur une période d'un an modélisée 11

5.2 Scénarios 12

5.3 Agrégation des scénarios 13

6 Calcul du montant minimum (*MVM*) 14

6.1 Bases 14

6.2 Modèle standard pour le montant minimum 15

6.3 Modèle standard pour le montant minimum des risques de marché impossibles à couvrir (« *non hedgeables* ») 16

7 Annexe 18

7.1 Copule gaussienne modifiée 18
7.1.1 Copule gaussienne modifiée 18
7.1.2 Calibrage de la copule gaussienne modifiée 22
7.1.3 Calibrage de la copule gaussienne habituelle pour le SST 24

8 Liste des modifications apportées à ce document 25

1 Introduction

Le présent document définit, au sens de l'art. 45 de l'ordonnance sur la surveillance (OS ; RS 961.011; version du 1er janvier 2024),

- le modèle standard SST pour l'agrégation des catégories de risque (section 4) ;
- la procédure standard SST pour l'agrégation de scénarios (section 5) ;
- le modèle standard SST pour le calcul du montant minimum (MVM) (section 6).

Ces sections s'adressent notamment aux entreprises d'assurance soumises au SST qui utilisent les modèles standard en cause.

Le présent document contient en outre des définitions et des remarques générales concernant le quotient SST, le capital porteur de risque et le capital cible, à la section 2, et des indications sur le calcul du capital cible à la section 3. Ces sections sont en règle générale également destinées aux utilisateurs de modèles internes.

2 Quotient SST, capital porteur de risque et capital cible

2.1 Quotient SST

Selon les dispositions de l'art. 39 OS, le quotient SST à la date de référence $t = 0$ est défini comme le quotient du capital porteur de risque par le capital cible :

$$\text{Quotient SST} = \frac{CPR}{CC}$$

où

- $CPR = CPR_0 =$ capital porteur de risque selon l'art. 32 OS à la date de référence $t = 0$;
- $CC = CC_0 =$ capital cible selon l'art. 35 OS à la date de référence $t = 0$.

Un quotient SST ne peut être présenté que lorsque le capital cible est positif (art. 39 OS) ; dans ce cas le niveau de protection du SST découlant de l'art. 9*b* de la loi sur la surveillance des assurances (LSA, RS 961.01) est respecté lorsque le quotient SST atteint au moins 100 %. En situation de capital porteur de risque négatif, le quotient SST n'a qu'une valeur informative limitée car il devient plus grand en cas d'augmentation du capital cible.

Dans ce qui suit, nous nous limitons aux cas où il n'y a pas d'instruments de capital amortisseurs de risque.

2.2 Capital porteur de risque

Dans les cas où il n'y a pas d'instruments de capital amortisseurs de risque, les termes « capital porteur de risque », « capital de base » et « actifs nets SST », définis à l'art. 32 OS, sont identiques, et le capital porteur de risque CPR_t au moment t, en particulier à la date de référence $t = 0$, correspond à la différence entre la valeur A_t des actifs et la valeur L_t des engagements, moins les déductions Ded_t :

$$CPR_t = A_t - L_t - Ded_t$$

où

- A_t = valeur conforme au marché des actifs au bilan SST au moment t (art. 24 OS) ;
- $L_t = BEL_t + MVM_t + L_t^{oth}$ = valeur conforme au marché des engagements (art. 27 OS) au bilan SST au moment t. La valeur des engagements d'assurance est égale à la somme de la valeur estimative la meilleure possible BEL_t des engagements d'assurance et du montant minimum MVM_t (art. 30 OS), et la valeur des autres engagements est désignée par L_t^{oth};
- $Ded_t = Div_t + Ded_t^{oth}$ = déductions selon l'art. 32 al. 4 OS, qui correspondent à la somme des dividendes prévus Div_t pour l'année précédente et des autres déductions Ded_t^{oth} (remboursements de capital, certaines actions propres, biens incorporels, certains impôts).

2.3 Capital cible

Selon les dispositions de l'art. 35 al. 2 OS, le capital cible $CC = CC_0$ à la date de référence $t = 0$ est défini par l'intermédiaire de la variation du capital porteur de risque (actualisé) sur un an:

$$CC_0 = -ES_\alpha\left[\left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot CPR_1 - CPR_0\right]$$

où

- ES_α = expected shortfall pour une probabilité de survenance $\alpha = 1\ \%$ (art. 36 et annexe 3 OS), où $1 - \alpha = 99\ \%$ correspond au niveau de protection décrit à l'art. 9*b* LSA et à l'art. 22 OS ;
- $r_{0,1}$ = taux d'intérêt sans risque à un an en monnaie du SST en $t = 0$, c.-à-d. avec échéance en $t = 1$ (art. 31 OS).

En l'absence d'instruments de capital amortisseurs de risque, selon l'art. 35 al. 1 OS le capital cible correspond aux actifs nets SST qui doivent au moins être présents à la date de référence pour que l'expected shortfall des actifs nets SST à la fin des douze mois à compter de la date de référence ne soit pas négatif. Dans ce cas de figure, une entreprise d'assurance dispose d'une solvabilité suffisante à la date de référence $t = 0$ et selon l'art. 9 LSA, autrement dit le niveau de protection requis est atteint (art. 21 et 22 OS), autrement dit le quotient SST est d'au moins 100 %, lorsqu'on a en $t = 0$:

$$ES_\alpha[CPR_1] \geq 0.$$

3 Calcul du capital cible

3.1 Simplification pour la variation sur un an et capital cible

Selon la section 2, le capital cible correspond à

$$CC_0 = -ES_\alpha[\Delta CPR_1]$$

avec ΔCPR_1 la variation du capital porteur de risque sur un an:

$$\Delta CPR_1 = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot CPR_1 - CPR_0$$

où le capital porteur de risque CPR_t en $t \in \{0,1\}$ est donné par

$$CPR_t = A_t - BEL_t - MVM_t - L_t^{oth} - Div_t - Ded_t^{oth}$$

Nous allons décomposer ΔCPR_1 en la somme d'une variation sur un an $\Delta CPR_1''$ comprenant les termes MVM_0, MVM_1 et Div_1, d'une part, et d'une variation sur un an $\Delta CPR_1'$ comprenant le terme Div_0 (qui sera regroupé avec A_1.[1]) et tous les autres termes, d'autre part. Il s'ensuit :

$$\Delta CPR_1 = \Delta CPR_1' + \Delta CPR_1''$$

avec

$$\begin{aligned}\Delta CPR_1' = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot \left(\left[A_1 + \left(1 + r_{0,1}\right) \cdot Div_0\right] - BEL_1 - L_1^{oth} - Ded_1^{oth}\right) \\ - \left(A_0 - BEL_0 - L_0^{oth} - Ded_0^{oth}\right)\end{aligned}$$

$$\Delta CPR_1'' = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot (-MVM_1 - Div_1) - (-MVM_0) = MVM_0 - \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot (Div_1 + MVM_1)$$

Nous décomposons MVM_0 en la somme de CoC_0, une provision pour les coûts du capital pour la période d'un an à partir de la date de référence, et de $MVM_0^{\geq 1}$, pour les coûts du capital pour les périodes d'un an suivantes :

$$MVM_0 = CoC_0 + MVM_0^{\geq 1}$$

Par substitution et regroupements, nous obtenons :

$$\Delta CPR_1'' = \left(CoC_0 - \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot Div_1\right) + \left(MVM_0^{\geq 1} - \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot MVM_1\right)$$

Les deux hypothèses simplificatrices ci-après vont permettre de réécrire cette dernière expression lorsqu'elles sont admissibles:

[1] Ce regroupement est effectué pour l'hypothèse de stationnarité, comme on la trouve dans le modèle standard pour les risques de marché ou dans le modèle standard pour les risques de crédit. En modélisant les actifs en $t = 1$ sans le versement de dividendes, on pense les rapprocher des actifs en $t = 0$.

(1) La provision pour coûts du capital pour les périodes d'un an après $t = 1$ ne change pas entre $t = 0$ et $t = 1$: $\left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot MVM_1 = MVM_0^{\geq 1}$.

(2) Pas de versement de dividendes en $t = 1$ s'agissant de l'expected shortfall pour le capital cible : $Div_1 = 0$.

Sous ces hypothèses, on a $\Delta CPR_1'' = CoC_0$ pour l'expected shortfall. Il en résulte la simplification suivante pour le capital cible : [2]

$$CC_0 = -ES_\alpha[\Delta CPR_1'] - CoC_0$$

avec $\Delta CPR_1'$ la variation du CPR sur un an simplifiée donnée par

$$\Delta CPR_1' = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot \left(\left[A_1 + \left(1 + r_{0,1}\right) \cdot Div_0\right] - BEL_1 - L_1^{oth} - Ded_1^{oth}\right) \\ - \left(A_0 - BEL_0 - L_0^{oth} - Ded_0^{oth}\right)$$

Ci-dessus $-ES_\alpha[\Delta CPR_1']$ correspond au capital risque sur une année selon le Cm 60 de la circulaire FINMA 2017/3 tel qu'utilisé jusqu'à présent dans les cas habituels.

Dans le SST 2024, il est possible de poser à valeur nulle la provision pour coûts du capital CoC_0 pour la période d'un an à partir de la date de référence. Si une entreprise d'assurance utilise une valeur positive $CoC_0 > 0$, elle l'expliquera dans le rapport SST.

3.2 Hypothèses concernant l'évaluation et la période d'un an à partir de la date de référence

Selon le Cm 61 de la circulaire FINMA 2017/3, le capital cible doit être calculé selon les hypothèses énoncées au chapitre IV.B (Cm 34 à 43). Selon le Cm 34, cela implique de calculer CPR_0 avec des hypothèses « *going concern* », c'est-à-dire en supposant que l'entreprise d'assurance respecte sa propre planification des affaires. Toujours selon le Cm 34, cela vaut également pour la période d'un an de $t = 0$ à $t = 1$, CPR_1 devant être évalué en fonction des hypothèses de « *run off* » énoncées aux Cm 35 à 43. Selon les Cm 40 à 43, ceci peut éventuellement impliquer une restructuration des actifs au moment $t = 1$. Concernant le calcul de CPR_1, on utilise les actifs avant restructuration pour l'évaluation des actifs au moment $t = 1$, et les actifs après restructuration pour l'évaluation des engagements au moment $t = 1$.

3.3 Modélisation modulaire par hypothèse de linéarité

Typiquement et en particulier dans le modèle standard SST, la variation du CPR sur une période d'un an n'est pas modélisée d'un seul trait mais sous la forme de sous-modèles distincts (« modules ») qui modélisent chacun les variations du CPR en fonction des différentes catégories de risques (p. ex. risques de l'assurance dommages, risques de marché, risques de crédit). Cette procédure repose sur des hypothèses simplificatrices que nous allons aborder par la suite.

[2] Pour une variable aléatoire X et $a \in \mathbb{R}$: $ES_\alpha[X + a] = ES_\alpha[X] + a$, et si $a > 0$, alors $ES_\alpha[a \cdot X] = a \cdot ES_\alpha[X]$.

Pour ce faire, nous nous concentrons sur la variable aléatoire CPR_1. Cette dernière est notamment calculée à partir des valeurs du bilan SST au moment $t = 1$. Nous exprimons CPR_1 comme fonction des catégories de risques $i = 1, \dots, n$ représentées par groupes de variables aléatoires $X_{i,k}$ pour $k = 1, \dots, m_i$, lesquelles sont pour une part des fonctions de facteurs de risque (p. ex. pour les risques de marché) et pour une autre part des fonctions de pseudo-facteurs de risque (p. ex. pour les risques de l'assurance dommages) :

$$CPR_1 = f\left(X_{1,1}, \dots, X_{1,m_1}, \dots, X_{n,1}, \dots, X_{n,m_n}\right)$$

Il s'agit typiquement ici d'une simplification qui repose sur l'hypothèse selon laquelle seules les valeurs des facteurs de risque au moment $t = 1$ sont pertinentes pour le calcul de CPR_1 (c'est-à-dire pour les valeurs conformes au marché et les valeurs estimatives les meilleures possibles utilisées).

La fonction f dépend de manière plus ou moins compliquée des $X_{i,k}$, en général de manière non linéaire. Prenons à titre d'illustration l'exemple d'un terme représentant la valeur estimative la meilleure possible des engagements de l'assurance dommages. Représenté ici pour la situation d'une rémunération annuelle, il s'écrit comme suit :

$$\frac{X_{1,l} \cdot X_{2,c}}{\left(1 + X_{2,l}\right)^l}$$

$X_{1,l}$ désigne ici la variable aléatoire des paiements d'assurance attendus l'année l. Cette variable fait partie des risques de l'assurance dommages. La variable aléatoire $X_{2,c}$ désigne le taux de change stochastique de la monnaie des paiements de dommages en la monnaie du SST et $X_{2,l}$, le taux d'intérêt stochastique pour la maturité pertinente (avec une rémunération annuelle). Les variables aléatoires $X_{2,c}$ et $X_{2,l}$ font partie des risques de marché (notamment intérêts et taux de change). Le terme susmentionné est donc manifestement une fonction de variables aléatoires découlant d'une part des risques de l'assurance dommages (groupe 1 dans notre exemple), et d'autre part des risques de marché (groupe 2). Il n'est toutefois pas possible de le « linéariser » directement, c'est-à-dire d'écrire ceci comme somme de fonctions qui ne dépendent que d'une seule catégorie de risques.

C'est nonobstant cette hypothèse de linéarisation qui est retenue dans le modèle standard : on suppose que des fonctions f_i existent pour $i = 1, \dots n$ de sorte que

$$CPR_1 = f\left(X_{1,1}, \dots, X_{1,m_1}, \dots, X_{n,1}, \dots, X_{n,m_n}\right) \approx \sum_{i=1}^{n} f_i\left(X_{i,1}, \dots, X_{i,m_i}\right)$$

$Z_i = f_i\left(X_{i,1}, \dots, X_{i,m_i}\right)$ correspondent ici à la variation de CPR_1 sous l'effet des variables aléatoires de la catégorie de risques i, en attribuant des valeurs fixes $x_{j,k}^0$ aux variables aléatoires des autres catégories de risques $j \neq i$:

$$Z_i = f_i\left(X_{i,1}, \dots, X_{i,m_i}\right) = f\left(x_{1,1}^0, \dots, x_{1,m_1}^0, \dots, X_{i,1}, \dots, X_{i,m_i}, \dots, x_{n,1}^0, \dots, x_{n,m_n}^0\right)$$

Pour $x_{j,k}^0$, on retient typiquement les valeurs au moment $t = 0$ à titre de simplification. Par exemple, on retient les intérêts au moment $t = 0$ pour les risque de l'assurance dommages, et les valeurs estimatives les meilleures possibles des engagements d'assurance au moment $t = 0$ pour les risques de marché.

4 Agrégation des catégories de risques

Cette section traite de l'agrégation des catégories de risques, c'est-à-dire de la manière dont les différents effets des catégories de risques sont combinés (agrégés) pour déterminer l'effet global sur la variation du capital porteur de risque sur un an.

4.1 Modèle standard SST pour l'agrégation

Le capital cible est donné par la formule suivante de la section 3.1, en tenant compte des simplifications qui y sont décrites :

$$ZK_0 = -ES_\alpha[\Delta CPR_1'] - CoC_0$$

Ici $\Delta CPR_1'$ désigne la variation du CPR sur un an simplifiée (sans les termes MVM_0, MVM_1 et Div_1), et CoC_0 désigne la provision pour les coûts du capital pour la période d'un an à partir de la date de référence. Dans le modèle standard SST pour l'agrégation (avec les simplifications susmentionnées), $-ES_\alpha[\Delta CPR_1']$ est donné par :

$$-ES_\alpha[\Delta CPR_1'] = -ES_\alpha[Z] + KR_0^{Hyp}$$

où KR_0^{Hyp} désigne le risque de crédit des hypothèques selon le modèle standard SST pour le risque de crédit (art. 45 al. 4 OS et description technique du modèle standard SST pour le risque de crédit). La variable aléatoire Z désigne la variation du CPR sur un an simplifiée et ne tenant pas compte du risque de crédit des hypothèques ; elle est donnée par

$$Z = Z_0 + Z_{scen}$$

où Z_{scen} désigne la variable aléatoire pour l'effet des scénarios à agréger[3], et Z_0 est donné par

$$Z_0 = Z_{marché} + Z_{crédit} + Z_{vie} + Z_{dommages} + Z_{maladie}$$

Ici $Z_{marché}$ désigne la variable aléatoire pour les risques de marché, $Z_{crédit}$ la variable aléatoire pour les risques de crédit sans hypothèques, et Z_{vie}, $Z_{dommages}$ et $Z_{maladie}$, les variables aléatoires pour les risques d'assurance vie, d'assurance dommages et d'assurance-maladie. Chaque variable aléatoire quantifie la variation du CPR sur un an simplifiée due à la catégorie de risques correspondante en application de l'hypothèse de linéarisation de la section 3.3. Pour les entreprises de réassurance et les

[3] Les prescriptions relatives à l'agrégation des scénarios figurent dans la « Description technique des scénarios ».

captives de réassurance, $Z_{dommages}$ désigne la variable aléatoire pour le risque de (ré)assurance non-vie.

Le modèle standard pour l'agrégation en Z_0 est décrit dans la présente section, alors que la procédure standard pour l'agrégation des scénarios Z_{scen} à Z_0 est décrite à la section 5.

Dans le modèle standard SST pour l'agrégation, la dépendance entre les variables aléatoires $Z_{marché}$, $Z_{crédit}$, Z_{vie}, $Z_{dommages}$ et $Z_{maladie}$ est donnée par une copule gaussienne ayant la matrice de corrélations suivante :[4]

Catégorie de risques	Marché	Crédit	Vie	Dommages	Maladie
Marché	1.00	0.90	0.15	0.15	0.15
Crédit	0.90	1.00	0.15	0.15	0.15
Vie	0.15	0.15	1.00	0.25	0.25
Dommages	0.15	0.15	0.25	1.00	0.25
Maladie	0.15	0.15	0.25	0.25	1.00

Cette matrice de corrélations est destinée à une entreprise d'assurance « typique ». Lorsque les risques encourus divergent de façon importante, l'entreprise d'assurance doit soumettre une demande d'adaptation du modèle standard SST pour l'agrégation spécifique à l'entreprise au sens des Cm 107 à 109 de la circulaire FINMA 2017/3 « SST », sauf dans les situations suivantes.

Cas spécial « Assurance de crédit *monoliner* »

La dépendance entre les risques d'assurance dommages et les risques de marché tient à la nature des affaires dommages. Cette remarque concerne en particulier les entreprises qui opèrent de manière prépondérante ou exclusive dans l'assurance ou la réassurance de crédit. Ces dernières sont tenues d'utiliser le modèle standard SST pour l'agrégation avec la matrice de corrélation susmentionnée, mais avec la modification suivante :

- Corrélation entre « marché » et « dommages » : 80 %
- Corrélation entre « crédit » et « dommages » : 80 %

[4] La matrice de corrélations calibre la copule gaussienne, mais ses corrélations ne correspondent en général pas aux corrélations linéaires de Pearson entre les variables aléatoires.

Cas spécial modèle interne pour le risque de crédit de la réassurance ou de la rétrocession sortantes (passives)

Nous considérons le cas où les risques de crédit de la réassurance ou de la rétrocession sortantes et les risques d'assurance (d'une ou plusieurs catégories de risques, p. ex. dommages ou réassurance) sont modélisés ensemble par un modèle interne. Dans cette situation les corrélations définies ci-avant entre les risques d'assurance (y compris le risque de crédit de la réassurance ou de la rétrocession sortantes) et les risques de marché, respectivement les risques de crédit restants, sont typiquement trop basses (en raison aussi de la dépendance élevée entre risques de crédit et risques de marché). Si cela se présente dans une proportion importante, une adaptation des corrélations du modèle standard SST pour l'agrégation est requise et doit être demandée dans le cadre du modèle interne pour le risque d'assurance et le risque de crédit de la réassurance ou de la rétrocession sortantes.

4.2 Calibrage du modèle standard SST pour l'agrégation

La matrice de corrélations pour la copule gaussienne de la section 4.1 est le résultat du processus de calibrage qui suit.

(1) Premièrement, on calibre un modèle de dépendances sous la forme d'une copule dite « gaussienne modifiée ».

(2) Puis on obtient le modèle standard SST pour l'agrégation figurant à la section 4.1 en calibrant la matrice de corrélations d'une copule gaussienne habituelle de manière à aboutir à un capital cible comparable à celui résultant de la copule gaussienne modifiée visée en (1).

La copule gaussienne modifiée, son calibrage et celui de la copule gaussienne habituelle utilisée dans le SST sont décrits en annexe, à la section 7.1.

5 Procédure standard pour l'agrégation de scénarios

5.1 Agrégation à partir de la variation sur une période d'un an modélisée

Comme dans la section 4, nous considérons ici Z la variation du CPR sur un an simplifiée (sans les termes avec MVM_0, MVM_1 et Div_1) et ne tenant pas compte du risque de crédit des hypothèques. Dans le modèle standard, la variable aléatoire Z est donnée par

$$Z = Z_0 + Z_{scen}$$

où Z_{scen} désigne la variable aléatoire pour l'effet des scénarios à agréger, et Z_0 désigne la variation sur un an issue du modèle utilisé, avec fonction de distribution cumulative F_{Z_0}. Nous décrivons ci-dessous l'agrégation de Z_0 et Z_{scen}, ainsi que les fondements sous-jacents à Z_{scen}.

Au vu de l'art. 43 al. 6 et 7 OS, nous considérons le cas dans lequel « (…) le modèle utilisé ne reflète pas suffisamment les scénarios » et où ces derniers « doivent être pris en compte (…) dans le capital cible notamment par l'agrégation (…) »[5]. Ne pas suffisamment refléter des scénarios se traduit par le fait que le modèle utilisé ne reflète pas la distribution complète de CPR_1, mais la distribution d'une autre variable aléatoire CPR_1^*, ce qu'exprime

$$Z_0 = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot CPR_1^* - CPR_0$$

En procédant à l'agrégation appropriée de Z_0 et d'une variable aléatoire Z_1 (dont on verra qu'une spécification particulière est issue des scénarios), on doit obtenir la variation du CPR souhaitée, ce qui s'exprime par :

$$Z = Z_0 + Z_1$$

avec

$$Z_1 = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot (CPR_1 - CPR_1^*)$$

5.2 Scénarios

Nous partons de l'hypothèse que la variable aléatoire Z_1 peut être suffisamment bien approximée par une variable aléatoire Z_{scen} de forme particulière

(A1) $Z_1 \approx Z_{scen} = \sum_{s=1}^{S} c_s \cdot 1_{A_s}$

Ici $c_s \in \mathbb{R}$, et 1_{A_s} désigne la fonction indicatrice de l'ensemble A_s, et nous supposons que :

(A2) Z_0 et 1_{A_s} pour $s = 1, \dots, S$ sont indépendantes.

Nous interprétons Z_{scen} comme l'effet des scénarios $s = 1, \dots, S$, où

- A_s désigne l'événement où le scénario $s \in \{1, \dots, S\}$ survient, avec une probabilité de survenance $P[A_s] = p_s \in [0,1]$ (typiquement faible) ;
- $c_s \in \mathbb{R}$ désigne l'effet du scénario (typiquement négatif).

A_0 désigne l'événement où aucun scénario ne survient, et nous supposons que :

(A3) $\{A_0, A_1, \dots, A_s\}$ définissent une partition (c'est-à-dire une décomposition disjointe) de l'espace de probabilités. En d'autres termes, seul un scénario peut survenir et au maximum une fois par année.

De plus, on pose $c_0 = 0$ et $p_0 = P[A_0] = 1 - \sum_{s=1}^{S} p_s$, en supposant que $p_0 > 0$.

Nous remarquons que c_s est un nombre négatif lorsque la situation se détériore avec la survenance du scénario, c'est-à-dire lorsque le CPR s'amenuise – ce qui constitue le cas typique. De plus, dans

[5] La notion de « ne pas prendre suffisamment en compte » s'entend aussi en prenant en considération le risque de crédit des hypothèques.

l'interprétation du scénario, (A2) correspond à l'hypothèse selon laquelle Z_0 n'a pas d'effet sur la fréquence de survenance des différents scénarios.

Selon l'art. 43 al. 5 OS et le Cm 73 de la circulaire FINMA 2017/3, l'effet du scénario $c_s \in \mathbb{R}$ est donné par la variation du CPR au moment $t = 1$ causée par la survenance du scénario (parmi d'autres spécifications). Ici, nous supposons que l'effet du scénario s est contenu dans la variable aléatoire CPR_1, mais pas dans la variable aléatoire CPR_1^*.

Pour pouvoir calculer concrètement un scénario, on suppose comme simplification que CPR_1 est calculé pour le portefeuille à $t = 1$ mais avec les (pseudo-) facteurs de risque $X_{i,k} = x_{i,k}^0$ (section 3.3) au moment $t = 0$, exception faite de ceux qui sont touchés pour le scénario, c'est-à-dire $X_{i,k} = x_{i,k}^{scen}$. Par conséquent l'effet du scénario $c_s \in \mathbb{R}$ est calculé comme suit :

$$\begin{aligned} c_s \approx \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot \Big(&CPR\big(\text{portefeuille au moment } t = 1, \text{facteurs de risque } X_{i,k} = x_{i,k}^{scen}\big) \\ &- CPR\big(\text{portefeuille au moment } t = 1, \text{facteurs de risque } X_{i,k} = x_{i,k}^{0}\big)\Big) \end{aligned}$$

5.3 Agrégation des scénarios

Pour la fonction de distribution cumulative F_Z de la variation sur une période d'un an Z, nous obtenons par (A1), (A3) et la formule des probabilités totales :

$$F_Z(z) \approx P[Z_0 + Z_{scen} \leq z] = \sum_{s=0}^{S} P[Z_0 + Z_{scen} \leq z | A_s] \cdot P[A_s] = \sum_{s=0}^{S} P[Z_0 \leq z - c_s | A_s] \cdot p_s$$

Avec l'hypothèse (A2), $P[Z_0 \leq z - c_s | A_s] = P[Z_0 \leq z - c_s]$, il s'ensuit donc

$$F_Z(z) = \sum_{s=0}^{S} F_{Z_0}(z - c_s) \cdot p_s$$

Pour la mise en œuvre de l'agrégation des scénarios, deux possibilités en particulier s'offrent à l'utilisateur :

(a) l'une **basée sur la distribution** : utilisation de la formule indiquée ci-avant pour $F_Z(z)$;

(b) l'autre **basée sur la simulation** : simulation de $Z \approx Z_0 + Z_{scen}$ en utilisant (A2) et (A3).

Dans le *SST-Tool*, c'est la variante (b) qui est implémentée.

6 Calcul du montant minimum (*MVM*)

6.1 Bases

Formule générale pour le MVM

Selon l'art. 30 al 4 OS, le montant minimum correspond à la provision pour coûts du capital qui est nécessaire à l'exécution propre des engagements d'assurance, afin de pouvoir financer le capital porteur de risque à hauteur de ce qui est prévu par le niveau de protection. Selon le Cm 51 de la circulaire FINMA 2017/3 « SST » et en application du Cm 39 et du Cm 53, le montant minimum au moment $t = 1$ est calculé comme

$$MVM_1 = \sum_{k \geq 1} E\left[\frac{\eta_{CoC} \cdot \widetilde{CC}_k}{\left(1 + R_{1,k+1}\right)^k} | \mathcal{F}_1\right]$$

η_{CoC} désigne ici le taux des coûts du capital selon le Cm 53 et $\mathcal{F}_1$, la sigma-algèbre des informations disponibles au moment $t = 1$. Le capital cible $\widetilde{CC}_k$ pour l'année k (c'est-à-dire de $t = k$ à $t = k + 1$) et le facteur d'actualisation $1/\left(1 + R_{1,k+1}\right)^k$ de $t = k + 1$ à $t = 1$ sont stochastiques du point de vue de la date de référence $t = 0$. En général, il en va de même pour MVM_1.

Formule simplifiée pour le MVM

Nous considérons le montant minimum MVM_{t} pour $t = 0$ et $t = 1$, en appliquant la simplification (1) décrite à la section 3.1. En particulier, le montant minimum MVM_1 est déterministe, et le montant minimum MVM_0 dans le bilan SST à la date de référence est donné par

$$MVM_0 = CoC_0 + MVM_0^{\geq 1}$$

avec

$$MVM_0^{\geq 1} = \left(1 + r_{0,1}\right)^{-1} \cdot MVM_1$$

Dans ce qui suit, nous nous limitons à MVM_1.

Selon le Cm 52, sauf indication contraire de la FINMA MVM_1 peut être calculé au moyen de la formule suivante :

$$MVM_1 = \eta_{CoC} \cdot \sum_{k \geq 1} CC_k \cdot E\left[\left(1 + R_{1,k+1}\right)^{-k}\right]$$

CC_k désigne ici le capital cible *sous l'évolution attendue* jusqu'au moment $t = k$. En particulier, MVM_1 est, selon la formule ci-dessus, déterministe au moment $t = 0$. En retenant l'hypothèse simplificatrice suivante pour les intérêts

$$(1+r_{0,1})^{-1} \cdot E\left[(1+R_{1,k+1})^{-k}\right] \approx (1+r_{0,k+1})^{-(k+1)}$$

nous obtenons :

$$\frac{MVM_1}{1+r_{0,1}} = \eta_{CoC} \cdot \sum_{k\geq 1} \frac{CC_k}{(1+r_{0,k+1})^{k+1}}$$

où

- $\eta_{CoC} = 6\,\% =$ taux des coûts du capital selon le Cm 53 ;
- $CC_k =$ capital cible pour l'année k (c'est-à-dire de $t = k$ à $t = k + 1$) sous l'évolution attendue jusqu'au moment $t = k$; et
- $r_{0,k+1} =$ taux d'intérêt sans risque de $t = 0$ à $t = k + 1$.

Pour le calcul effectif du MVM, il est pertinent que CC_k soit constitué de composantes de plusieurs classes de risques dont le risque sur une année évolue différemment au fil du temps. Ainsi, il est possible que les affaires d'assurance dommages présentant une « *short tail* » ne contribuent plus, après quelques années, au capital cible, contrairement, par exemple, aux affaires vie à long terme. Ceci implique une diversification relative décroissante au sein de CC_k au fil du temps, aussi par la réduction du volume au sein d'une classe de risques.

Hypothèses relatives à l'évaluation au moment $t = 1$

Selon le Cm 48 et pour le moment $t = 1$ en particulier, il faut utiliser les hypothèses applicables à l'évaluation au moment $t = 1$ énoncées au Cm 36 à 43, notamment le Cm 36 selon lequel aucune affaire nouvelle n'est conclue à partir de $t = 1$. Les Cm 40 à 43 prévoient un plan pour honorer soi-même ses engagements qui permet de réduire autant que possible leur valeur et qui contient des hypothèses pour négocier les actifs dans le cadre de ce plan.

Il en ressort notamment la conception que les actifs au moment $t = 1$ sont choisis de manière à ce que ne subsiste que le risque de marché impossible à couvrir (« *non-hedgeable* »), sachant que seuls des actifs présentant une valeur de marché fiable au sens du Cm 31 peuvent être achetés (à l'exception du Cm 43) et qu'aucun actif ne présentant pas de valeur de marché fiable ne peut être vendu après $t = 1$.

6.2 Modèle standard pour le montant minimum

Dans le modèle standard, le montant minimum actualisé $(1+r_{0,1})^{-1} \cdot MVM_1$ équivaut à la somme

$$\frac{MVM_1}{1+r_{0,1}} = MVM_{vie} + MVM_{dommages} + MVM_{maladie} + MVM_{ré} + MVM_{captive} + MVM_{marché\,nh}$$

C'est-à-dire que le montant minimum actualisé est la somme des « montants minimums des branches » $MVM_{branche}$ pour $branche \in \{\text{vie}, \text{dommages}, \text{maladie}, \text{ré}, \text{captive}\}$ et de la composante

$MVM_{marché\ nh}$ du montant minimum pour le risque de marché impossible à couvrir (« *non-hedgeable* »). Le modèle standard pour $MVM_{marché\ nh}$ est décrit à la section 6.3.

Les « montants minimums par branche » $MVM_{branche}$ couvrent les catégories de risques suivantes :

- risques d'assurance de la branche ;
- risques de crédit de la réassurance sortante (passive) de la branche ;
- scénarios de la branche.

Les risques de crédit des placements sont supposés nul. Le calcul des « montants minimums par branche » est expliqué dans les descriptions techniques respectives des modèles standard spécifiques aux branches. Dans le SST-Template, la branche dommages désigne au besoin aussi les branches ré et captive.

6.3 Modèle standard pour le montant minimum des risques de marché impossibles à couvrir (« *non hedgeables* »)

À titre d'hypothèse simplificatrice, le montant minimum des risques de marché non hedgeables $MVM_{marché\ nh}$ s'exprime comme un facteur $factor_{marché\ nh}$ multipliant les risques de marché (*standalone*) $CC_{marché\ nh}$ du capital cible (de $t = 0$ à $t = 1$):

$$MVM_{marché\ nh} = \mathrm{factor}_{marché\ nh} \cdot CC_{marché}$$

Le facteur ci-dessus est déterminé comme suit :

$$\mathrm{factor}_{marché\ nh} = \begin{cases} 6\,\% \cdot \dfrac{\sum_{secteur} \ \chi_{secteur} \cdot \widetilde{BE}_{secteur}}{\sum_{secteur} \widetilde{BE}_{secteur}}, & \text{si } \sum\limits_{secteur} \widetilde{BE}_{secteur} > 0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

où

- $\widetilde{BE}_{secteur} = \begin{cases} BE_{secteur} & \text{si } BE_{secteur} \geq 0 \\ \max\left(BE_{secteur,">15"}; 0\right) & \text{si } BE_{secteur} < 0 \end{cases}$

  avec

  - $secteur \in \{\text{vie, dommages, maladie, ré, captive}\}$
  - $BE_{secteur}$ = « best estimate » des engagements d'assurance du secteur, actualisé par la courbe de taux sans risque au moment $t = 0$
  - $BE_{secteur,">15"}$ =« best estimate » des engagements d'assurance du secteur visés par les cash flows après l'année 15, actualisé par la courbe de taux sans risque au moment $t = 0$

et

- $\chi_{secteur} = 1 \quad \text{pour } secteur \in \{\text{vie, maladie}\}$

- $\chi_{secteur} = 0 \quad \text{pour } secteur = \text{captive}$

- $\chi_{secteur} = \begin{cases} 1, & \text{si } \dfrac{BE^{(N)}_{secteur,">15"}}{BE^{(N)}_{secteur}} \geq 0.1 \text{ et } BE^{(N)}_{secteur} > 0 \\ 1, & \text{si } BE^{(N)}_{secteur} \leq 0 \text{ et } BE^{(N)}_{secteur,">15"} > 0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{pour } secteur \in \{\text{dommages, ré}\}$

  avec

  – $BE^{(N)}_{secteur}$ = « best estimate » non actualisé des engagements d'assurance du secteur

  – $BE^{(N)}_{secteur,">15"}$ = « best estimate » non actualisé des engagements d'assurance du secteur visés par les cash flows après l'année 15

La convention de signes suivante s'applique : une valeur positive indique un engagement et une valeur négative un avoir. Les « best estimate » considérés des différents secteurs et les détails de calcul des valeurs $BE_{secteur}$, $BE_{secteur,">15"}$, $BE^{(N)}_{secteur}$ und $BE^{(N)}_{secteur,">15"}$ se trouvent aux descriptions techniques des modèles standard des secteurs.

Les cash flows des secteurs vie et maladie induisent en principe des risques de maché non hegeables au vu du caractère de longue durée de ces cash flows. Néanmoins ceci est négligé si tant le « best estimate » au bilan que le « best estimate » défini comme valeur actualisée des cash flows après 15 ans indiquent des avoirs (c'est-à-dire sont négatifs). Le secteur captive admet à titre d'hypothèse simplificatrice $\chi_{Captive} = 0$ au vu du caractère en général court de ses cash flows.

La formule de calcul de $\chi_{secteur}$ applicable aux secteurs dommages et ré part du principe de valeurs de marché fiables pour les obligations d'État jusqu'à une maturité de 15 ans, si bien que seuls les cash flows longs des secteurs dommages et ré contribuent de façon substantielle aux risques de marché non hedgeables.

Les 6 % de la formule concernant $\text{factor}_{marché\ nh}$ ne correspondent pas au taux des coûts du capital CoC, mais résultent d'une comparaison de l'industrie entre les risques de marché et la composante MVM pour les risques de marché non hedgeables.

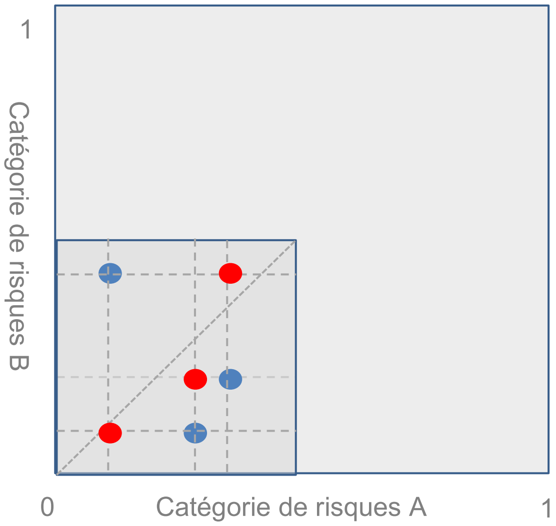
7 Annexe

7.1 Copule gaussienne modifiée

7.1.1 Copule gaussienne modifiée

Idée de réarrangement (*reordering*)

L'idée de réarrangement peut être représentée par l'illustration suivante. Nous considérons les dépendances entre deux catégories de risques dans la « queue inférieure » (percentiles bas), ce qui correspond dans notre cas aux « mauvais résultats », c'est-à-dire à un CPR_1 bas causé par ces deux catégories de risques. Les trois points bleus (clairs) sont donnés par une certaine copule. Le « réarrangement » de ces trois points vise à renforcer la dépendance dans la « queue inférieure ».



Les trois points rouges (foncés) sont les points réarrangés sous un réarrangement « comonotone ». Le point rouge le plus proche de zéro résulte de la plus petite valeur de la catégorie de risques A pour les trois points bleus et de la plus petite valeur de la catégorie de risques B pour les trois points bleus, le point rouge suivant, des deuxièmes valeurs les plus petites, et le troisième, des valeurs les plus élevées. On voit que les trois points rouges sont plus proches de la diagonale, ce qui signifie que la dépendance s'est accrue avec le réarrangement. Il convient également de noter que les projections sur les catégories de risques A et B n'ont pas été modifiées.

Régime ordinaire et régime extrême

Pour modéliser les dépendances entre les catégories de risques à l'aide de la copule gaussienne modifiée, il convient de prendre en compte la propriété suivante :[6]

[6] En ce qui concerne le modèle de la copule gaussienne habituelle de la section 4.2, cette propriété n'est remplie que dans le résultat.

- Propriété (« *synthetic fact* ») : en comparaison des « situations ordinaires », les dépendances entre les catégories de risques sont accrues dans les « situations extrêmes ». C'est-à-dire que les variables aléatoires des catégories de risques prennent simultanément des valeurs basses (c'est-à-dire des CPR_1 bas) avec probabilité élevée.

Pour modéliser cette propriété, nous supposons qu'il y a différents régimes $s = 0,1, \ldots, S$ avec probabilité de survenance p_s. Les régimes se distinguent par dépendances des entre les catégories de risques. Pour chaque année SST, un unique régime survient (ce qui signifie que $\sum_{s=0}^{S} p_s = 1$). $s = 0$ désigne le « régime ordinaire » dans lequel les dépendances sont données par une copule C_0 définie (p. ex. une copule gaussienne), mais qui n'est pas appropriée pour les « régimes extrêmes » $s = 1, \ldots, S$.

Réarrangement conditionnel

La copule gaussienne modifiée est un cas spécial de « réarrangement conditionnel ». Nous expliquerons d'abord le réarrangement conditionnel avant de passer à la copule gaussienne modifiée.

Soit $I \in \{0,1, \ldots, S\}$ la variable aléatoire indicatrice pour le régime réalisé, avec $P[I = s] = p_s$. $A_s = \{I = s\}$ pour $s = 0,1, \ldots, S$ définit une décomposition disjointe de l'espace de probabilités en fonction des régimes réalisés, avec $P[A_s] = p_s$. Pour le réarrangement conditionnel, il convient de définir une copule comme mélange (*mixture*) des régimes s. C'est-à-dire étant donné les fonctions de distribution $F_s(a_1, \ldots, a_d)$ des variables aléatoires définies sur A_s, une copule $\tilde{C}$ calculée comme suit :

$$\tilde{C}(a_1, \ldots, a_d) = \sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot F_s(a_1, \ldots, a_d) \quad \text{pour} \quad (a_1, \ldots, a_d) \in [0,1]^d$$

Ceci définit une copule lorsque $\tilde{C}$ est une fonction de distribution avec des marginales uniformément distribuées sur $[0,1]$. Comme mélange, $\tilde{C}$ est une fonction de distribution car les F_s sont des fonctions de distribution. Pour précisément, nous choisissons des fonctions de distribution F_s pour $s = 0, \ldots, S$ de forme suivante :

$$F_s(a_1, \ldots, a_d) = C_s\left(F_{s,1}(a_1), \ldots, F_{s,d}(a_d)\right)$$

pour les copules C_s et les distributions marginales $F_{s,i}$. C_0 représente la copule pour le régime ordinaire susmentionnée et nous désignons par $X_0 = (X_{0,1}, \ldots, X_{0,d})$ un vecteur aléatoire sur la totalité de l'hypercube $[0,1]^d$ avec une fonction de distribution donnée par la copule C_0.

L'idée de « réarrangement conditionnel » consiste désormais en ceci : les distributions marginales $F_{s,i}$ de la copule C_0 restreintes à A_s sont utilisées pour toutes les fonctions de distribution F_s, à savoir

$$F_{s,i}(a_i) = P\left[X_{0,i} \leq a_i | A_s\right]$$

mais pour $s = 1, \ldots, S$, la structure de dépendances est définie par des copules C_s, à la place de C_0. Ici, il convient d'être attentif au fait que X_0 restreint à A_0 a la distribution supposée F_0, car

$$F_0(a_1, \ldots, a_d) = C_0\left(P\left[X_{0,1} \leq a_1 | A_0\right], \ldots, P\left[X_{0,d} \leq a_d | A_0\right]\right) = P\left[X_{0,1} \leq a_1, \ldots, X_{0,d} \leq a_d | A_0\right]$$

Pour que $\tilde{C}$ soit effectivement une copule, il reste à démontrer que les marginales sont uniformément distribuées sur $[0,1]$. Comme les $X_{0,i}$ sont uniformément distribuées sur $[0,1]$, il en résulte par la formule des probabilités totales :

$$\sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot F_{s,i}(a_i) = \sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot P\left[X_{0,i} \leq a_i | A_s\right] = P\left[X_{0,i} \leq a_i\right] = a_i$$

Vu que les C_s sont des copules, c'est-à-dire qu'elles ont des marginales uniformément distribuées sur $[0,1]$, il en résulte ce que nous voulions démontrer :

$$\begin{aligned}\tilde{C}(1, \ldots 1, a_i, 1, \ldots ,1) &= \sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot C_s\left(F_{s,1}(1), \ldots , F_{s,i-1}(1), F_{s,i}(a_i), F_{s,i+1}(1), \ldots , F_{s,d}(1)\right) \\ &= \sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot C_s\left(1, \ldots ,1, F_{s,i}(a_i), 1, \ldots ,1\right) = \sum_{s=0}^{S} P[A_s] \cdot F_{s,i}(a_i) = a_i\end{aligned}$$

Implémentation du réarrangement conditionnel

La structure de dépendances définie peut être implémentée en réarrangeant pour chaque $s = 1, \ldots , S$, les réalisations de X_0 en A_s selon la copule C_s (« *rank tied* ») :

(1) Pour $s = 1, \ldots , S$, $\left(x_k^{s,1}, \ldots , x_k^{s,d}\right)_{k=1,\ldots,n}$ désignent les réalisations de X_0 en A_s.

(2) Des échantillons $\left(u_k^{s,1}, \ldots , u_k^{s,d}\right)_{k=1,\ldots,n}$ sont tirés de la copule C_s pour $s = 1, \ldots , S$.

(3) Soit, pour $i = 1, \ldots , d$, $\varphi_i(k) \in \{1, \ldots , n\}$ le rang (p. ex.) croissant de $x_k^{s,i}$ au sein de $\left\{x_1^{s,i}, \ldots , x_n^{s,i}\right\}$ et $\psi_i(k) \in \{1, \ldots , n\}$ le rang croissant de $u_k^{s,i}$ au sein de $\left\{u_1^{s,i}, \ldots , u_n^{s,i}\right\}$.

(4) Le réarrangement de $\left(x_k^{s,1}, \ldots , x_k^{s,d}\right)_{k=1,\ldots,n}$ est ainsi donnée par $\left(x_{\pi_1(k)}^{s,1}, \ldots , x_{\pi_d(k)}^{s,d}\right)_{k=1,\ldots,n}$, où $\pi_i = {\varphi_i}^{-1} \circ \psi_i$.

Par conséquent, pour $s = 1, \ldots , S$, les réalisations de X_0 en A_s sont réarrangées selon la copule C_s sans que les distributions marginales en soient modifiées. Par conséquent, l'algorithme permet effectivement d'implémenter la copule $\tilde{C}$.

La spécification du réarrangement conditionnel requiert donc pour $s = 0,1, \ldots , S$, les copules C_s et les sous-ensembles $A_s = \{I = s\}$ des régimes avec $P[A_s] = p_s$. Une spécification simple, en particulier pour A_s, est décrite ci-après.

Copule gaussienne modifiée

La copule gaussienne modifiée est définie comme cas spécial de réarrangement conditionnel. Soit C_0 une copule gaussienne et, à titre de simplification, soient C_s pour $s = 1, \ldots , S$ également des copules gaussiennes. Soient données les probabilités p_s des régimes $s = 0, \ldots , S$ avec $\sum_{s=0}^{S} p_s = 1$.

Pour tenir compte de la propriété souhaitée susmentionnée (« *synthetic fact* ») concernant les dépendances entre les catégories de risques, nous supposons à titre d'hypothèse simplificatrice que les régimes extrêmes $s = 1, \ldots, S$ ne surviennent que dans les hypercubes R_s suivants au sein de $[0,1]^d$ (qui ont tendance à correspondre aux valeurs CPR_1 basses pour les catégories de risques). C'est-à-dire que pour

$$R_s = \left\{(a^1, \ldots, a^d) \in [0,1]^d \middle| 0 \leq a^i < t_s^i \text{ für } i = 1, \ldots, d\right\} \quad \text{pour } s = 1, \ldots, S$$

nous supposons :

$$A_s \subseteq \{X_0 \in R_s\} \text{ pour } s = 1, \ldots, S$$

Ceci n'est naturellement seulement possible que si $P[X_0 \in R_s] \geq P[A_s] = p_s$ pour $s = 1, \ldots, S$. Nous y reviendrons ci-après sous « conditions restrictives ».

Dans la définition de R_s, les $0 < t_s^i \leq 1$ pour $i = 1, \ldots, d$ sont les limites du régime $s = 1, \ldots, S$. Le régime ordinaire $s = 0$ peut en soi aussi survenir dans les hypercubes R_s puisque dans le régime ordinaire aussi, des valeurs basses pour les catégories de risques peuvent survenir simultanément. En vertu de la définition de R_s, pour $s = 1, \ldots, S$, la propriété $A_s \subseteq \{X_0 \in R_s\}$ est invariante sous l'effet du réarrangement, autrement dit elle implique $\tilde{A}_s \subseteq \{X_0 \in R_s\}$ pour chaque réarrangement $\tilde{A}_s$ de A_s. En d'autres termes, les points en $A_s \subseteq \{X_0 \in R_s\}$ restent en $\{X_0 \in R_s\}$ sous réarrangement pour $s = 1, \ldots, S$.

Pour un régime extrême donné $s = 1, \ldots, S$, il résulte de $P[A_s] = p_s$ et $A_s \subseteq \{X_0 \in R_s\}$:

$$p_s = P[I = s, X_0 \in R_s] = P[X_0 \in R_s] \cdot P[I = s | X_0 \in R_s]$$

C'est-à-dire que la probabilité $P[I = s | X_0 \in R_s]$ qu'il faille réarranger les points de X_0 au sein de R_s car ils correspondent à une réalisation du régime s (c'est-à-dire $I = s$) dépend de la probabilité que X_0 tombe dans R_s :

$$P[I = s | X_0 \in R_s] = \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]}$$

Il en résulte une variante simple pour la définition des sous-ensembles $A_s = \{I = s\}$:

- Définition des sous-ensembles $A_s = \{I = s\} \subseteq \{X_0 \in R_s\}$ pour $s = 0, \ldots, S$: Pour $s = 1, \ldots, S$ nous supposons que les réalisations $I = s$ au sein de $\{X_0 \in R_s\}$ sont distribuées de manière « identique » en ce sens que pour chaque sous-ensemble $M \subseteq R_s$ avec $P[X_0 \in M] > 0$, on ait :

  $$P[I = s | X_0 \in M] = P[I = s | X_0 \in R_s] = \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]}$$

  A_s peut ensuite être défini comme suit au moyen d'une variable aléatoire de Bernouilli B_s, qui est indépendante de X_0, et avec $P[B_s = 1] = \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]}$:

  $$A_s = \{X_0 \in R_s, B_s = 1\}$$

Pour l'implémentation, ceci signifie que l'on détermine à l'aide de la variable aléatoire indépendante de Bernouilli B_s quelles réalisations de X_0 en R_s sont réarrangées.

Conditions restrictives pour la copule gaussienne modifiée

La copule gaussienne modifiée construite selon les explications ci-avant ne peut pas être définie pour n'importe quels paramètres en raison de la condition restrictive suivante : si $S_0 \subseteq \{1, \dots, S\}$ est un sous-ensemble avec $P\left[X_0 \in \bigcap_{s \in S_0} R_s\right] > 0$, la fonction $s \in \{0,1, \dots, S\} \mapsto P\left[I = s \middle| X_0 \in \bigcap_{s \in S_0} R_s\right]$ définit une distribution de probabilité et on doit donc en particulier satisfaire à :

$$\sum_{s \in S_0} P\left[I = s \middle| X_0 \in \bigcap\nolimits_{s \in S_0} R_s\right] \leq 1$$

Pour la définition susmentionnée des sous-ensembles $A_s = \{I = s\}$, il en résulte, par l'hypothèse de« distribution identique » qui implique $P\left[I = s \middle| X_0 \in \bigcap_{s \in S_0} R_s\right] = \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]}$, la condition

$$\sum_{s \in S_0} \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]} \leq 1$$

Cette condition est en particulier remplie lorsque

- **Condition restrictive suffisante** :

$$\sum_{s=1}^{S} \frac{p_s}{P[X_0 \in R_s]} \leq 1$$

Paramètres

Pour la copule gaussienne modifiée, il faut définir les paramètres suivants :

(a) Matrice de corrélations de la copule gaussienne C_0 pour le régime ordinaire ;

(b) Probabilité de survenance p_s pour chaque régime extrême $s = 1, .., S$;

(c) Limites t_s^i par catégorie de risques $i = 1, \dots, d$ pour chaque régime extrême $s = 1, .., S$;

(d) Matrices de corrélations de la copule gaussienne C_s pour chaque régime extrême $s = 1, .., S$.

7.1.2 Calibrage de la copule gaussienne modifiée

Pour définir les paramètres visés aux lettres (a) à (d) de la section 7.1.1 concernant la copule gaussienne modifiée, nous considérons des événements qui génèrent des dépendances entre les variables aléatoires $Z_{marché}$, $Z_{crédit}$, Z_{vie}, $Z_{dommages}$ et $Z_{maladie}$ des variations du CPR en fonction des différentes catégories de risques. Pour ce faire, nous distinguons entre deux calibrages :

Calibrage pour le régime ordinaire (à savoir de C_0)

Dans le régime ordinaire, nous partons de l'hypothèse que les dépendances entre les catégories de risques naissent de l'effet combiné des facteurs de dépendance. Comme exemples de facteurs de dépendances, on peut citer la « hausse de l'inflation », « l'augmentation de la longévité » et la « détérioration des marchés financiers » (détérioration, mais pas une crise).

L'estimation de la matrice de corrélations de la copule gaussienne C_0 issue de l'effet combiné des générateurs de dépendance résulte des étapes suivantes :

(1) Par catégorie de risques, l'effet de chaque générateur de dépendance sur les variations du CPR de la catégorie de risques concernée fait l'objet d'une appréciation qualitative pour un assureur « typique » (le CPR « baisse fortement », « baisse » ou « est neutre »).

(2) Pour chaque paire de catégories de risques, l'effet de chaque générateur de dépendance sur les deux catégories de risques fait l'objet d'une appréciation de la dépendance entre les catégories de risques causé par le générateur de risque (« neutre » si chacun des effets est « neutre »; « baisse » si l'un est « baisse » et l'autre « baisse » ou « baisse fortement »; « baisse fortement » si les deux sont « baisse fortement »).

(3) Pour chaque paire de catégories de risques, la corrélation correspondante résulte de la combinaison des dépendances entre les catégories de risques causée par les générateurs de dépendance considérés.

Calibrage pour les régimes extrêmes (à savoir de p_s, $(t_s^i)_{i=1,\dots,d}$ et C_s pour $s = 1, \dots, S$)

Chaque régime extrême $s = 1, \dots, S$ est défini par une classe représentative d'événements ayant un effet sur plusieurs catégories de risques (cf. ci-après) et se voit associer une probabilité de survenance p_s. Les étapes suivantes sont réalisées pour chaque régime extrême :

(1) Par catégorie de risques, l'effet des événements sur les variations du CPR de la catégorie de risques concernée fait l'objet d'une appréciation qualitative pour un assureur « typique » (« élevé », « relativement élevé », « moyen », « relativement bas » et « bas »).

(2) De ces appréciations qualitatives s'ensuivent des limites t_s^i pour chaque catégorie de risques $i = 1, \dots, d$ et des corrélations de la matrice de corrélations de la copule gaussienne C_s pour chaque paire de catégories de risques. On retient par exemple qu'un effet « élevé » sur la catégorie de risques A et un effet « relativement élevé » sur la catégorie de risques B entraînent une corrélation « relativement élevée ».

Les régimes extrêmes suivants sont pris en compte :

(a) Régime « financial distress »/ « crise financière » ($s = 1$) : probabilité de survenance $p_1 = 0{,}01$;

(b) Régime « pandémie » ($s = 2$) : probabilité de survenance $p_2 = 0{,}01$;

(c) Régime « catastrophe » ($s = 3$) : probabilité de survenance $p_3 = 0{,}02$. Entrent par exemple dans ce dernier régime : cat nat, *World Trade Center*, éruptions volcaniques, *emerging liability catastrophe*, etc.

Les paramètres pour la copule gaussienne modifiée sont estimés sur la base de relations économiques, d'hypothèses plausibles sur l'effet sur les affaires d'assurance et d'appréciations d'experts de la FINMA et de l'industrie.

7.1.3 Calibrage de la copule gaussienne habituelle pour le SST

La matrice de corrélations de la copule gaussienne habituelle visée à la section 3.2 est calibrée en fonction des résultats SST à l'échelle du marché de sorte que les résultats SST moyens soient les mêmes pour la copule gaussienne modifiée et la copule gaussienne habituelle (par branche et pour les groupes d'assurance génériques).

8 Liste des modifications apportées à ce document

Modifications au 31 octobre 2022

(1) Section 5.3 : adaptation du modèle standard pour le montant minimum des risques de marché impossibles à couvrir (« *non hedgeables* »), afin de prendre également en compte les « best estimate » négatifs.

Modifications au 31 octobre 2023

(2) Section 2 (Quotient SST, capital porteur de risque et capital cible) : toute cette section est nouvelle. Elle décrit les concepts énumérés dans les grandes lignes, conformément à l'OS révisée (entrée en vigueur le 1er janvier 2024). Elle exprime ces concepts en formules.

(3) Section 3 (Calcul du capital cible) : remplace les anciennes sections 2 et 3.1 Elle présente le calcul du capital cible, de même que certaines simplifications utilisées dans la pratique, en particulier dans la nouvelle section 3.1 en conséquence de la révision de l'OS.

(4) Section 4 (Agrégation des catégories de risques) : elle correspond à l'ancienne section 3, mais sans les paragraphes 3.1 et 3.3. Elle tient compte des adaptations rendues nécessaires par la révision de l'OS.

(5) Section 5 (Procédure standard pour l'agrégation de scénarios) et section 6 (Calcul du montant minimum (MVM)) : elles correspondent aux anciennes sections 4 et 5. Elles tiennent compte des adaptations rendues nécessaires par la révision de l'OS.

(6) Section 7 (Annexe) : elle correspond à l'ancienne section 3.3 (aucun changement).

Modifications au 31 janvier 2024

(7) Section 4.1: déletion d'un « p. ex. »