Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Technisches Dokument zum Swiss Solvency Test

Bundesamt für Privatversicherungen

Version 02. Oktober 2006

1. Vorbemerkungen

Dieses Dokument stellt die technischen Aspekte des Schweizer Solvenztests (SST) vor.

In der vorliegenden Version nicht enthalten sind die Themen:

- die Bewertung der Anlagen,
- die Modellierung der Marktrisiken im Standardmodell.

Diese werden in separaten Dokumenten behandelt.

Der Aufbau dieses Dokumentes ist:

- Im Kapital 2 werden zunächst die die Prinzipien des SST eingeführt und danach die Begriffe des risikotragenden Kapitals und des Zielkapitals präzisiert.
- Kapital 3 behandelt die marktkonsistente Bewertung von Anlagen und Verpflichtungen.
- Kapital 4 beschreibt das Standardmodell für Lebens-, Kranken-, Schaden- und Unfallversicherer.
- Kapitel 5 erläutert die Szenarien.
- Kapitel 6 behandelt die Market Value Margin.
- Kapitel 7 und 8 beinhalten Referenzen und technische Anhänge.

Änderungen gegenüber der Version vom 13.06.2006:

- Korrektur der Korrelationsmatrix für die Risiken der biometrischen Parameter der Lebensversicherung: 0.75 statt fälschlicherweise 0.5.
- Präzisierungen im Abschnitt 4.4.8.2, Kumulereignisse in der Unfallversicherung.
- Für die Beschreibung des Marktrisikomodells wurde neben den Verweis auf das Marktrisikodokument eine kurze Beschreibung gestellt.
- Korrekturen in Anhang 8.6.
- Kosmetik im Abschnitt 4.5 über Krankenversicherungsrisiken.
- Korrektur in der „Liste der vorgegeben Szenarien“: Unfallszenarien sind auch von Krankenversicherern auszuwerten.
- Korrektur im SST-Leben: Standardabweichung der Optionsausübungswahrscheinlichkeit dem Template 2006 angepasst.
- Präzisierung im Abschnitt 4.4.11.

2. Prinzipien des SST

2.1. Einleitung

> Das Ziel des Swiss Solvency Test (SST) ist es, erstens über die Höhe der Risiken einer Versicherungsunternehmung und zweitens über deren finanziellen Fähigkeit, diese Risiken zu tragen, eine Aussage zu machen. Die Höhe des eingegangenen Risikos wird mit dem Zielkapital (ZK), die Fähigkeit, Risiken zu tragen, mit dem risikotragenden Kapital (RTK) gemessen.

Durch den Vergleich von risikotragendem Kapital und Zielkapital erlangen die Versicherungsunternehmungen und die Aufsichtsbehörde eine Kenntnis über die finanzielle Lage der Versicherungsunternehmungen.

Der SST basiert auf einer Reihe von folgenden grundlegenden Prinzipien.

2.1.1. Die Prinzipien des SST

Alle Anlagen und Verpflichtungen müssen marktkonsistent bewertet werden. Die Differenz des marktkonsistenten Wertes der Verpflichtungen und des bestmöglichen Schätzwertes der diskontierten Erwartungswerte (discounted best estimate) ihrer zugehörigen Zahlungsströme wird Market Value Margin (MVM) genannt.

Die zu betrachtende Risiken sind Markt-, Kredit- und Versicherungsrisiken.

Das verfügbare Kapital ist durch das risikotragende Kapital (RTK) gegeben. Es ist definiert als die Differenz der marktkonsistenten Werte der Anlagen und dem bestmöglichen Schätzwert des diskontierten Erwartungswertes der Verpflichtungen.

Das erforderliche Kapital ist durch das Zielkapital (ZK) gegeben. Es ist definiert als die Summe der Market Value Margin und des Expected Shortfall der Differenz des diskontierten RTK in einem Jahr und des heutigen RTK.

Die Market Value Margin wird approximiert durch den Kapitalkostenansatz. Es handelt sich dabei um die Summe zukünftiger diskontierter Kapitalkosten für zu haltende regulatorisches Kapitalien im Run-Off des Portfeuilles aus Verpflichtungen und bestmöglich replizierende Anlagen.

Das risikotragende Kapital muss grösser oder gleich dem Zielkapital sein.

Der SST bezieht sich auf einzelne juristische Einheiten sowie auf Gruppen und Konglomeraten, die in der Schweiz domiziliert sind.

Die Versicherungsunternehmungen müssen eine Reihe von Szenarien auswerten. Diese setzen sich (i) aus von der Aufsichtsbehörde vorgegeben Szenarien und (ii) aus unternehmensspezifischen Szenarien zusammen. Falls Risiken, die durch Szenarien beschrieben werden, nicht im Risikomodell berücksichtigt werden, müssen die Resultate der Szenarioauswertung in das Zielkapital einfliessen.

Unsichere Grössen müssen stochastisch behandelt werden.

Unternehmenseigene Risikomodelle (sogenannte „interne Modelle“) dürfen und sollen benutzt werden. Diese können das Standardmodell teilweise oder vollständig ersetzen. Ein internes Modell muss für diejenigen Risiken benutzt werden, welche durch das Standardmodell nicht adäquat beschrieben werden.

Das interne Modell muss in die Risikomanagementprozesse der Unternehmung integriert sein.

Der Aufbau und die Annahmen im internen Modell müssen veröffentlich werden. Der Umfang der Veröffentlichung muss dergestallt sein, dass sich eine externe sachkundige Person eine qualifizierte Meinung über das Modell und dessen Qualität bilden kann.

Die Versicherungsunternehmung muss einen SST-Bericht erstellen. Dieser Bericht muss die Anforderung erfüllen, dass eine externe sachkundige Person die Resultate des SST verstehen kann. Der Bericht muss von der Geschäftsleitung unterzeichnet werden.

Die Geschäftsleitung einer Versicherungsunternehmung ist verantwortlich dafür, dass die genannten Prinzipien des SST in der Unternehmung eingehalten werden.

2.1.2. Die Stellung des Standardmodells

Versicherungsunternehmungen, welche den SST durchzuführen haben, müssen den genannten Prinzipien genügen. Zusätzlich zu den Prinzipien existiert das SST-Standardmodell für Kranken-, Lebens- und Nichtlebensversicherer. Es wurde von der Aufsichtsbehörde in enger Zusammenarbeit mit der Versicherungswirtschaft, den Hochschulen und anderen Interessierten entwickelt. Das Standardmodell besteht aus einer Modellstruktur und aus Parametern und bezieht sich auf Geschäft in der Schweiz. Es wird vornehmlich von Versicherern angewandt werden können, welche eine nicht zu komplizierte Struktur von Anlagen und Versicherungsprodukten haben.
Versicherungsunternehmungen, deren Risiken nicht genügend durch das Standardmodell beschrieben werden, müssen das Modell erweitern oder durch ein eigenes internes Modell ersetzen. Dies betrifft insbesondere Gruppen von Versicherungsunternehmungen, Versicherer mit einer Geschäftstätigkeit auch im Ausland und Rückversicherer.
Erweiterungen des Standardmodells sind durch dessen modularen Aufbau leicht möglich.

2.1.3. Zeitlicher Ablauf der Berechnungen

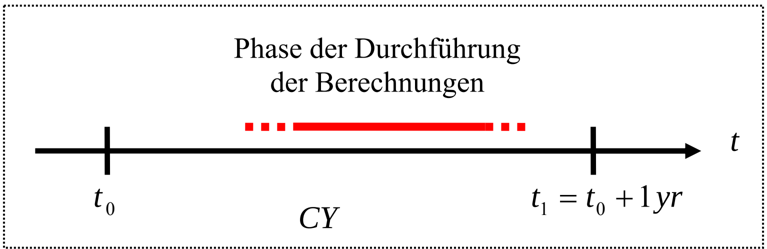
Der SST berechnet das Risiko des zum Zeitpunkt t_0 bestehenden Portfeuilles aus Anlagen und Verpflichtungen. In der Regel ist t_0 der Beginn des ersten Januars desjenigen Jahres, in dem der SST durchgeführt wird. Dieses Jahr wird „Current Year“ (CY) genannt. Eine Ausnahme ergibt sich, wenn sich die Risikosituation oder das verfügbare Kapital einer Versicherungsunternehmung innerhalb des Jahres drastisch ändert. In dem Fall muss erneut ein SST durchgeführt werden.

In vielen Fällen ist das Anlage- und Verpflichtungsportefeuille am 1. Januar ähnlich wie am 31. Dezember des Vorjahres. Deswegen kann zur Bewertung der Risiken und des vorhandenen Kapitals die Endjahrespositionen herangezogen werden. Dies hat den Vorteil, dass die Positionen von Prüfgesellschaften testiert ist und sich im Verlauf der Zeit nicht mehr ändert.

Falls jedoch erhebliche Differenzen zwischen der Risikosituation am 01. Januar und am vorangehenden 31. Dezember bestehen, beispielsweise aufgrund einer Aquisition eines Versicherungsportefeuilles, so ist die neue Risikosituation am 01.01. relevant. Das Portefeuille am 31.12. kann dann zwar immer noch benutzt werden, es muss aber um die Veränderungen korrigiert werden.

Als Risiko wird betrachtet, wie stark sich der Wert des Portefeuilles über die Zeitspanne eines Jahr verändern kann. Das Ende dieses Zeitraumes ist in der Regel das Ende des 31. Dezembers und wird als $t_1 = t_0 + 1yr$ bezeichnet.

Es ist nicht zu erwarten, dass der SST am 1. Januar des betreffenden Jahres durchgeführt werden kann. Stattdessen werden die Berechnungen im Verlauf des Jahres stattfinden.



2.2. Risikotragendes Kapital

Das risikotragende Kapital (RTK) ist dasjenige Kapital, welches benutzt werden kann, um Schwankungen im Geschäftsverlauf auszugleichen. Die im risikotragenden Kapital berücksichtigten

Werte dürfen nicht anderweitig gebunden sein. Das RTK ist definiert als die Differenz zwischen dem marktkonsistenten Wert der Assets und der bestmöglichen Schätzung für den diskontierten Erwartungswert der Verpflichtungen (diskontierter Best Estimate der Liabilities).

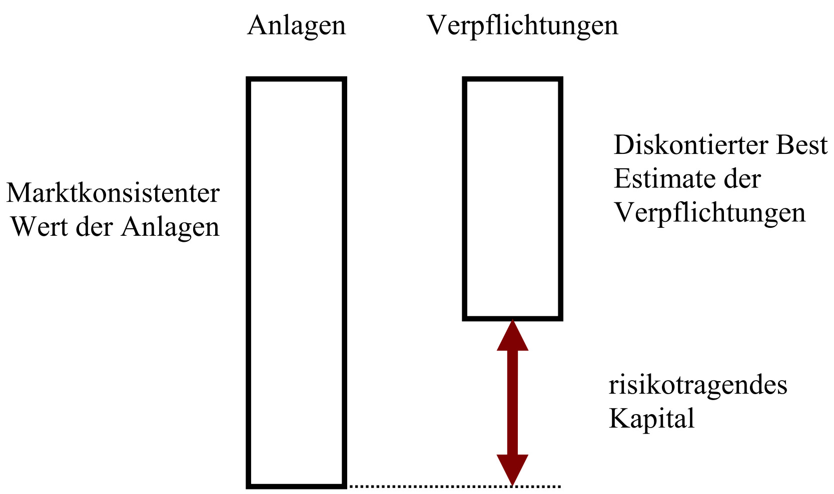


Abbildung: Definition des risikotragenden Kapitals (RTK) als Differenz der Werte von Anlagen und Verpflichtungen zu einem Zeitpunkt t.

Eine genauere Definition der marktkonsistenten Assets und der diskontierten Best Estimate der Liabilities wird im Kapitel 3 gegeben.

Die Anforderung an das zum Zeitpunkt t_0 mindestens vorhandene risikotragende Kapital wird durch die Höhe des Zielkapitals (ZK) dargestellt.

2.3. Risiko

2.3.1. Betrachtete Riskotypen

Die zu messenden Risiken sind versicherungstechnische Risiken, Marktrisiken und Kreditrisiken. Operationelle Risiken werden derzeit im SST für die Kapitalanforderung nicht betrachtet. Eine Einbeziehen zu einem späteren Zeitpunkt ist jedoch nicht ausgeschlossen.

Das Marktrisiko ist das Risiko, dass sich das RTK aufgrund von Änderungen von äusseren ökonomischen Gegebenheiten oder Einflussgrössen ändert. Diese Einflussgrössen werden Risikofaktoren genannt. Im Standardmodell des SST werden die knapp hundert Risikofaktoren aus den Bereichen Zins, Aktien, Immobilien und alternative Anlagen betrachtet.

Das versicherungstechnische Risiko ist das Risiko, dass sich das RTK ändert aufgrund der Zufälligkeiten der versicherten Risiken und der Unsicherheiten in der Einschätzung von versicherungstechnischen Parametern.

Das Kreditrisiko ist das Risiko, dass sich das RTK aufgrund von Ausfällen und von Ratingänderungen der Gegenparteien ändert. Kreditrisiko ist insbesondere enthalten in Obligationen, Darlehen, Garantien, Hypotheken und Rückversicherungsverträgen und –guthaben.

2.3.2. Zeithorizont: 1 Jahr

Die betrachteten Risiken ergeben sich aus Positionen, welche im allgemeinen über sehr unterschiedliche Zeitspannen bestehen. Während einige Anlagepositionen innerhalb von Tagen liquidiert werden können, existieren Anlagen und Verbindlichkeiten, an die der Versicherer über Jahre oder Jahrzehnte gebunden ist. Als charakteristische Zeit, über welche die Risiken gemessen werden, wird deshalb in der Versicherungswirtschaft oft ein Jahr gewählt. Der SST schliesst sich dieser Konvention an.

2.3.3. Risikotragendes Kapital Ende des Jahres, Definition des Risikos

Die Abbildung 1 stellt das risikotragende Kapital zu Beginn (t_0) und am Ende des Jahres (t_1) dar. Das risikotragende Kapital zur Zeit t_0 lässt sich aus der Aufstellung von Assets und Liabilites, mit anderen Worten der marktnahen Bilanz, ablesen und ist demzufolge bekannt ($RTK(0)$). Das zukünftige risikotragende Kapital ($RTK(1)$) ist hingegen eine unbekannte, d.h. stochastische Grösse, weil sich die Umgebung, worin sich die Unternehmung befindet, in unbekannter Weise verändern wird.

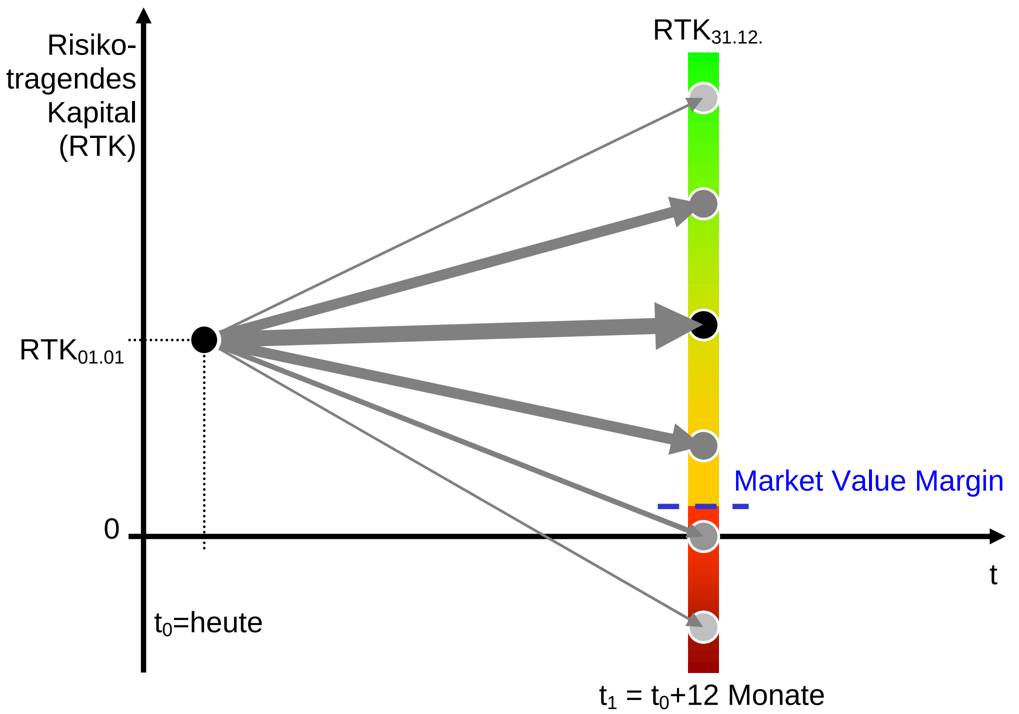


Abbildung 1: Risikotragendes Kapital zu den Zeitpunkten t_0 (bekannte Grösse) und t_1 (unbekannte, stochastische Grösse).

Je nach Höhe des RTK Ende des Jahres steht der Marktwert der Assets in unterschiedlicher Ordnung zum Wert der Liabilities:

RTK < 0	Assets < Best Estimate der Liabilites
0 < RTK < MVM	Best Estimate der Liabilites < Assets < Marktwert der Liabilites
MVM < RTK	Marktwert der Liabilites < Assets

Ist das RTK am Ende des Jahres grösser als die Market Value Margin, so ist der Wert der Assets grösser als der Marktwert der Verpflichtungen.

Anhand der Abbildung 2 werden die möglichen Bereiche des RTK genauer betrachtet.

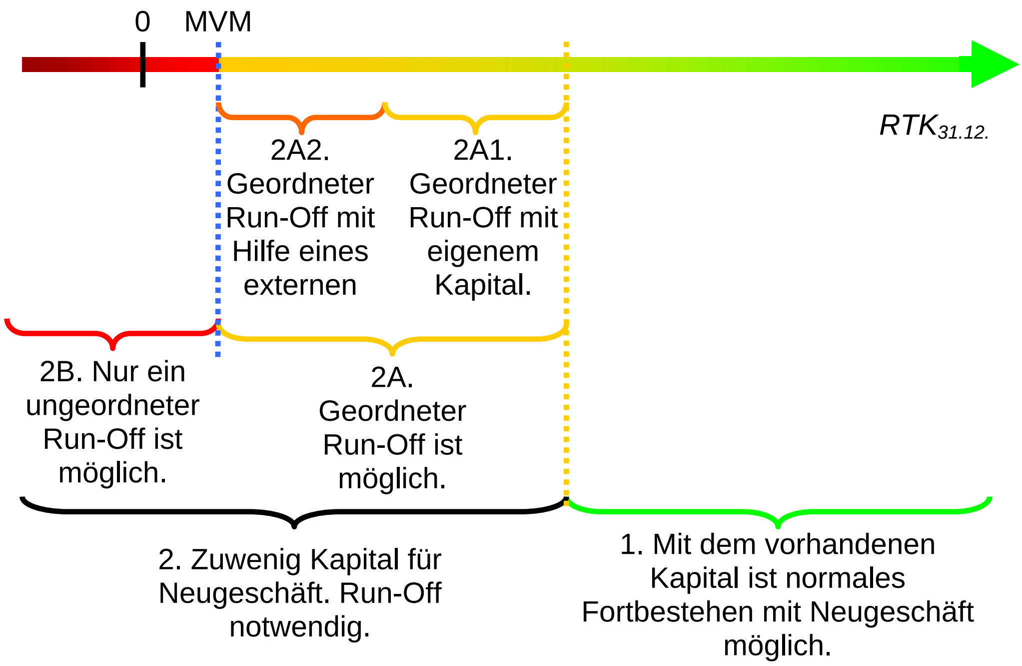


Abbildung 2: Verschiedene Höhen des RTK und deren Auswirkung auf den weiteren Fortgang des Versicherungsunternehmung.

- Bereich 1: Falls das RTK eine gewisse Höhe übersteigt, ist genügend RTK vorhanden um vorhandene Risiken zu tragen und um Neugeschäft zu zeichnen.
- Bereich 2: Falls das RTK die unter 1. erwähnte Höhe nicht erreicht, ist zuwenig Kapital vorhanden, um Neugeschäft übernehmen zu können. Das bedeutet, dass bestehende Verträge und bereits eingetretene Schäden abgewickelt werden. Je nachdem, ob das RTK grösser oder kleiner als die Market Value Margin ist, muss das Run-Off-Risiko vom Versicherungsnehmer getragen werden, oder es wird durch der noch vorhandenen Kapital oder sogar von einem externen Kapitalgeber übernommen:
    1. Bereich 2A: Das Portefeuille ist zwar im Run-Off, der Versicherungsnehmer wird aber seine garantierten Leistungen mit grosser Wahrscheinlichkeit erhalten. Im Fall 2A1 trägt das noch vorhandene RTK das Run-Off-Risiko. Im Fall 2A2 ist es möglich, das Risiko an einen externen Kapitalgeber zu übertragen. Der Grund dafür ist, dass das RTK höher ist als die Market Value Margin, das heisst, dass der Marktwert der Assets ist grösser als der Marktwert der Liabilities. Das bedeutet, dass ein Investor oder eine andere Versicherung bereit ist, die Assets und Liabilities zu übernehmen.
    2. Bereich 2B: Das sich in der Abwicklung befindende Portefeuille weist nicht genügend Kapital auf (RTK < MVM), damit die Abwicklungsrisiken durch das RTK getragen würden oder damit ein externer Kapitalgeber das Risiko übernehmen würde. Somit verbleibt das Abwicklungsrisiko bei den Versicherungsnehmern.
    Ist das RTK positiv, ist der Erwartungswert der Liabilites zwar kleiner als der Wert der Assets, das Risiko, dass die Liabilityzahlungen diesen Wert übersteigen können, ist aber gross. Ist das RTK negativ, sind die Liability nicht einmal im Erwartungswert durch die Assets gedeckt.

2.4. Zielkapital: Messung des Risikos

Der oben genannte Bereich 2B beinhaltet diejenigen Zustände, in denen die Versicherungsgesellschaft ihre Verpflichtungen gegenüber bestehenden Versicherungsnehmer mit grosser Wahrscheinlichkeit nicht erfüllt oder nicht wird erfüllen können. Soll der Versicherungsnehmer geschützt werden, sind diese Zustände zu vermeiden.

Die Kapitalanforderung (das Zielkapital) des SST ist deshalb dergestallt, dass mit grosser Wahrscheinlichkeit keine Situation des Bereiches 2B eintritt.

Im folgenden wird der Expected Shortfall eingeführt. Er dient dazu, die möglichen tiefen Werte des RTK Ende des Jahres in einen Wert zu fassen. Dieser Wert ist der Durchschnitt der tiefsten möglichen RTK und kann somit als Repräsentant dieser tiefen Werte aufgefasst werden. Die Anforderung an das heutige RTK wird so bemessen, dass der Expected Shortfall nicht tiefer als die Market Value Margin ist.

2.4.1. Expected Shortfall

Bevor wir die Definition des Zielkapitals betrachten, führen wir die beiden Risikomasse "Value at Risk" (VaR) und "Expected Shortfall" (ES) ein. Der Begriff Expected Shortfall ist gleichbedeutend mit „Tail Value at Risk“ (TailVaR).

Das Ziel der Risikomessung ist es allgemein, einer Unsicherheit oder einer Grösse mit unbekanntem Wert durch ein geeignetes Risikomass eine reelle Zahl so zuzuordnen, dass dadurch die Risikoexponiertheit dieser Grösse wiedergegeben wird. Das Risikomass, welches im SST verwendet wird, ist der sogenannte "Expected Shortfall" oder "TailVaR".

Um den Expected Shortfall einzuführen, betrachten wir in einem ersten Schritt eine allgemeine Zufallsvariable X, wobei die negativen Werte von X die "schlechten" Werte (Werte, die wir mit Verlust, Schaden, Risiko etc. in Verbindung bringen) darstellen sollen. Positive Werte von X bringen wir mit Gewinnen und Erträgen in Verbindung.
Als erster Schritt zur Definition des Expected Shortfall wird der Value at Risk $VaR_\alpha(X)$ von X zum Sicherheitsniveau $1-\alpha$ (z.B. 99%) eingeführt. Der VaR ist definiert als

$$VaR_\alpha(X) := \sup(x : P(X \le x) \le \alpha).$$

VaR ist also der grösste (genauer das Supremum) aller Werte x, für die gilt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner oder gleich x ist, höchstens gleich α ist.
(Hinweis: falls die Verteilungsfunktion stetig ist, ist $VaR_{1\%}(X)$ gleich dem Wert x, für den gilt, dass X in 1% aller Fälle kleiner und in 99% aller Fälle grösser als x ist.)

Der zweite Schritt besteht nun in der Definition des Expected Shortfall (ES) zum Sicherheitsniveau $1-\alpha$ der Zufallsvariable X. Er ist definiert als der bedingte Erwartungswert von X, gegeben dass X kleiner oder gleich dem Value at Risk zum Sicherheitsniveau $1-\alpha$ ist:

$$ES_\alpha(X) = E\left[X \,\middle|\, X \le VaR_\alpha(X)\right]. \tag{1}$$

Gelegentlich wird ein Ereignis mit einer Eintretenswahrscheinlichkeit von 1% in einem Jahr als sogenanntes Jahrhunderteregnis bezeichnet (z.B. Jahrhundertflut, Jahrhundertsturm). Diese Aussage ist zulässig, wenn sich die Risikocharakteristik in einer Zeitperiode von 100 Jahren nicht ändert. Für einige Risiken ist dies der Fall (z.B. die Anzahl von Asteroideneinschlägen), für andere hingegen nicht (z.B. Halswirbelsäulenverletzungen im Strassenverkehr oder Lawinenschäden im Zusammenhang mit zunehmender Bebauung).

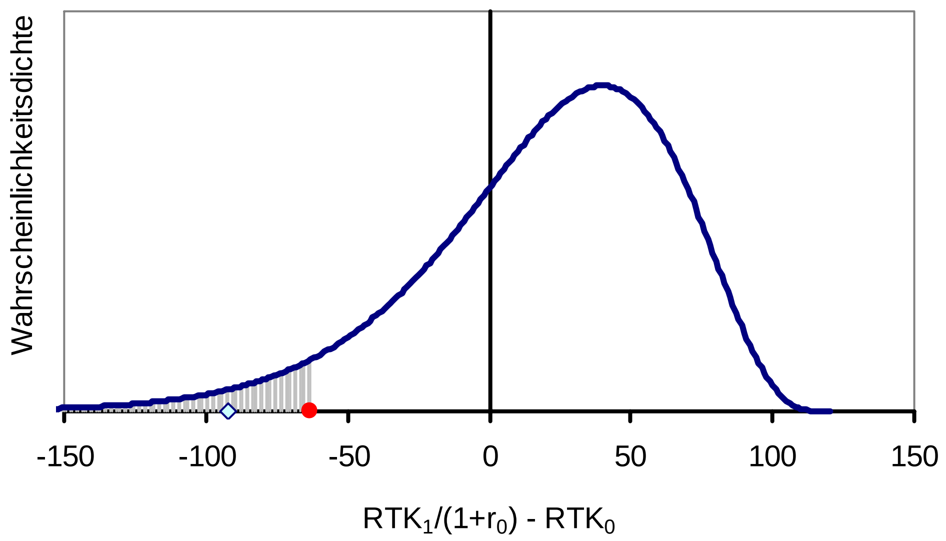


Abbildung 3: Darstellung des Value at Risk (VaR, roter Kreis) und des Expected Shortfall (ES, blaues Quadrat) am Beispiel einer schematischen Verteilung der Änderung des RTK. Zum Zweck der Illustration wurde das Quantilniveau nicht bei 1%, sondern bei 5% gewählt.

Das Risikomass Expected Shortfall ist konservativer als der VaR zum gleichen Sicherheitsniveau. Da davon ausgegangen werden kann, dass eine reale Schadenverteilung einige extrem hohe Verluste mit sehr geringen Wahrscheinlichkeiten aufweisen wird, ist der Expected Shortfall ein angemesseneres Risikomass, da er im Gegensatz zum VaR die Höhe dieser extremen Verluste berücksichtigt.

Im Unterschied zum Value at Risk wird im Expected Shortfall quantifiziert, was im Mittel eines der $(100\cdot\alpha)\%$ schlechtesten Ereignisse kostet. In der Praxis zeigt sich, dass der Expected Shortfall stabiler ist als der Value at Risk. Ebenso besitzt der Expected Shortfall für stetige Zufallsvariablen weitere schöne (mathematische) Eigenschaften, wie z.B. die Kohärenz
(Vergleiche dazu:

- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., Heath, D., 1999. Coherent measures of risk. Math. Fin. 9, 3, 203-228 und
- Acerbi, C., Tasche, D. 2000, On the coherence of expected shortfall, Journal of Banking and Finance 26(7), 1487-1503).

Gelegentlich werden von anderen Autoren (zum Beispiel der Swiss Re) VaR und Expected Shortfall nicht als die oben erwähnten Werte definiert, sondern als Abstand dieser Werte zum Erwartungswert einer Verteilung. Welche Definition benutzt wird, ist zunächst eine Frage der Konvention und der Anforderungen an ein Risikomass. Insbesondere hängt die Definition davon ab, wie die Translationsinvarianz formuliert wird. Im SST wird durchgängig die hier gegebene Definition benutzt. Wir bevorzugen diese Formulierung gegenüber dem Abstand zum Erwartungswert, weil sie eine Aussage darüber macht, welchen Wert den ausserordentlichen Zuständen zuzuweisen ist, und nicht nur um welchen Wert die ausserordentlichen Zustände vom erwarteten Wert abweichen.

2.4.2. Zielkapital

Weiter oben wurde erwähnt, dass die Zustände 2B aus dem Abschnitt 2.3.3 unerwünschte Zustände sind. Diese sollen nach Möglichkeit vermieden werden. Das Zielkapital ist die Anwort auf die Frage, wie gross das risikotragende Kapital zur Zeit t_0 sein muss, damit das RTK zur Zeit t_1 mit grosser Wahrscheinlichkeit grösser als oder gleich dem Market Value Margin ist. Unter Benutzung des Expected Shortfall kann die Antwort gegeben werden mit

$$ES_\alpha[RTK(t_1) \mid RTK(t_0) = ZK] = MVM \tag{2a}$$

Dies ist eine implizite Gleichung für das Zielkapital ZK. Sie besagt, dass wenn das heutige $RTK(t_0)$ genügend gross im Sinn des SST ist (d.h. gleich dem Zielkapital), dann ist gewährleistet, dass der Expected Shortfall des RTK am Ende des Jahres gleich dem Market Value Margin ist. Somit ist, aufgrund der Konstruktion des Expected Shortfall, die Wahrscheinlichkeit gering, dass das $RTK(t_1)$ unter den Market Value Margin fällt.

Anstelle der obenstehenden Gleichung wird die einfachere, im wesentlichen aber äquivalente Definition für das Zielkapital benutzt:

$$ZK = -ES_\alpha\left(\frac{RTK(t_1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(t_0)\right) + \frac{MVM}{1+r_1^{(0)}}, \tag{2b}$$

$r_1^{(0)}$ steht für den heutigen einjährigen risikofreien Zinssatz.
Das Zielkapital setzt sich damit zusammen aus dem Expected Shortfall der Änderung des risikotragenden Kapitals für das einjährige Risiko und dem Market Value Margin (Berechnung siehe Abschnitt 6).

Um alle Forderungen am Ende des Jahres decken zu können, wird gefordert, dass das am Ende des Jahres vorhandene RTK im Mittel der α schlimmsten Fälle grösser oder gleich ist als der Market Value Margin. Dieser Market Value Margin wird als Preis für das zukünftig zu haltende Risikokapital angesetzt, welcher einem anderen Versicherungsunternehmen oder einem Investor abgegolten werden müsste, falls dieses das Portfolio übernehmen sollte. Der Market Value Margin deckt also im wesentlichen die Kosten, die einem übernehmenden Unternehmen bei der Übernahme des Portfolios aus der Bereitstellung der zukünftigen Zielkapitalien entstehen würden und kann deshalb auch als Risikoprämie für den Runoff der Liabilities betrachtet werden

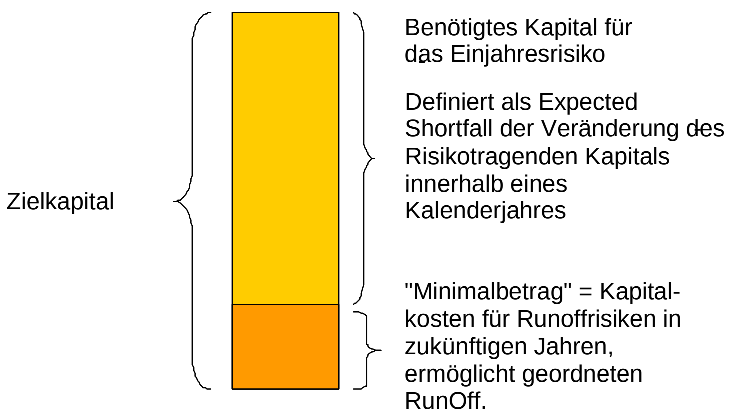


Abbildung 3: Zielkapital als Summe des benötigten 1-jährigen Risikokapitals und des Minimalkapitals

Anschaulich gesprochen ist bei einem Sicherheitsniveau von 99% das ZK der Erwartungswert der 1% grössten möglichen Wertverminderungen plus der erwähnte Market Value Margin für zukünftige Risikokapitalien. Tritt dann innerhalb des Jahres eine der (unwahrscheinlichen) 1% grössten Wertminderungen im RTK innerhalb des Jahres auf, so ist im Mittel immer noch genügend RTK vorhanden zur Übernahme der zukünftigen Risikokapitalien. Numerische Beispiele für die Grösse des einjährigen Risikos und für den Market Value Margin sind in der Abbildung 4 gegeben.

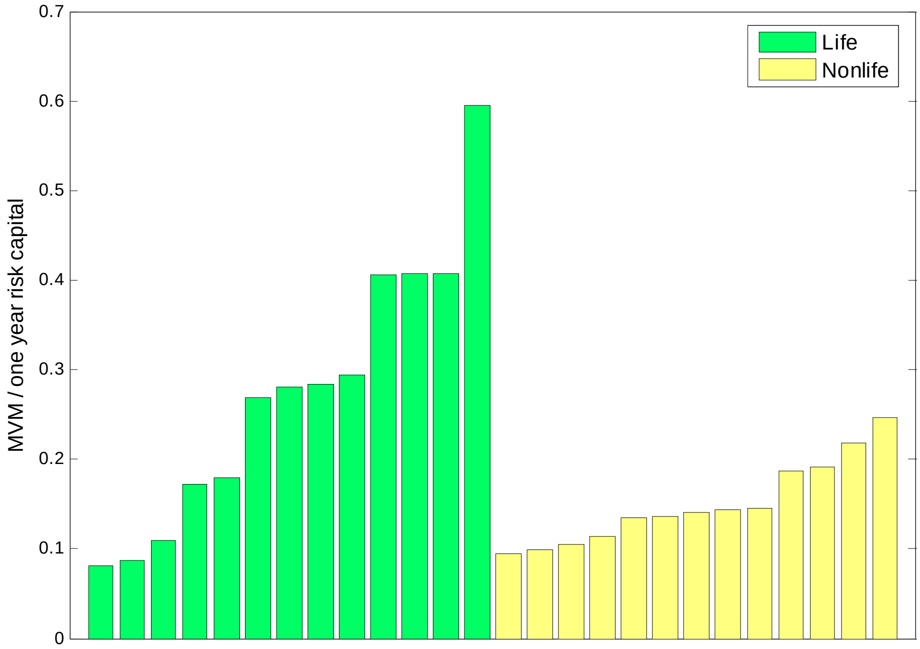


Abbildung 4: Verhältnis der Market Value Margin zu einjährigen Risikokapital für einzelne Lebens- und Nichtlebensversicherer. Die Daten stammen aus dem SST-Testlauf 2005.

2.5. Risiken in Versicherungsgruppen und Konglomeraten

Es wird zur Zeit auf die (öffentlich zugänglichen) Diskussionspapiere über die Risiken in Versicherungsgruppen verwiesen[A].

[A] http://www.bpv.admin.ch/themen/00506

3. Bewertung

3.1. Bewertung der Assets

Siehe das Dokument „Bestimmung der marktnahen Bilanzwerte zur Ermittlung des risikotragenden Kapitals im SST“.

3.2. Bewertung der Liabilities für Lebensversicherer

Der Wert der versicherungstechnischen Verpflichtungen ist definiert als der Erwartungswert (unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmass) der zukünftigen mit der risikolosen Zinskurve diskontierten, vertraglich zugesicherten Zahlungsströme. Dabei ist insbesondere das Best Estimate-Prinzip zu beachten: Die Bewertung enthält keine impliziten oder expliziten Sicherheits-, Schwankungs- oder sonstigen Zuschläge, sondern bezieht sich ausschliesslich auf den Erwartungswert der Verpflichtungen.

Die risikolose Zinskurven für CH-Geschäft wird durch die Eidgenossen definiert, für EUR-, USD, GBP Geschäft werden entsprechende risikolose Zinskurven von der Aufsicht zur Verfügung gestellt.

3.2.1. Allgemeine Hinweise zur Modellierung der Verpflichtungen in der Lebensversicherung

Es sind folgende Cash-Flows zu modellieren, die dann mit der risikolosen Zinskurve abdiskontiert werden müssen:

Cash-inflows:
- Prämien
- Andere Einnahmen

Cash-outflows:
+ Todesfall-Leistungen
+ Erlebensfall-Leistungen
+ Renten-Leistungen
+ Rückkaufs-Leistungen
+ Andere Leistungen (cash)
+ Kommissionen
+ Verwaltungskosten (inklusive Kosten zur Verwaltung von Kapitalanlagen)

Bei der Bestimmung sind folgende Punkte zu beachten:

- **Biometrische und finanzielle Risiken.** Es wird angenommen, dass die finanziellen Risiken unabhängig vom Mortalitätsrisiko sind. Die Unabhängigkeit gilt in erster Näherung auch zwischen finanziellen und Invalidisierungsrisiken. Anders verhält es sich mit der Stornorate, die mit der Zinskurve korreliert.
- **Zinskurve.** Die risikolosen Zinssätze werden vom BPV ermittelt und den Gesellschaften zur Verfügung gestellt.
- **Grundlagen 2. Ordnung.** Für die biometrischen Risiken wie zum Beispiel Mortalität, Invalidisierungs- und Reaktivierungshäufigkeiten, sind die Grundlagen 2. Ordnung zu verwenden (’best estimate’-Annahmen)
- **Bestand.** Betrachtet wird nur der aktuelle Versichertenbestand zum Bewertungszeitpunkt t0. Zukünftiges Neugeschäft gehört nicht dazu. Im BVG-Geschäft gelten besondere Annahmen (siehe unten).
- **Segmentierung.** Die marktnahe Bewertung der Verpflichtungen soll nach Möglichkeit auf Stufe Police/versicherte Person geschehen. Es können aber auch plausible Bestandesverdichtungen vorgenommen werden.

- **Periodizität.** Die Zeitpunkte sollen Jahresanfangsdaten entsprechen. Eine unterjährige Betrachtungsweise (halbjährlich, vierteljährlich) ist ebenfalls zulässig.
- **Horizont.** Die Projektion soll sich vom Bewertungszeitpunkt t0 bis zum maximalen Enddatum aller Policen erstrecken.
- **Rückversicherung.** Die cash flows sind unter Berücksichtigung von Rückversicherungsleistungen zu betrachten.
- **Unterjährige Zahlungsströme.** Unterjährige Zahlungsströme (ausgelöst zum Beispiel durch Policenrückkauf oder durch den Eintritt des versicherten Ereignisses) sollen zum Zeitpunkt des nächstgrösseren Bewertungszeitpunktes (Jahresanfanges) diskontiert werden.
- **Überschüsse.** Überschüsse sind nur miteinzubeziehen, wenn sie nicht mehr zurückgesetzt werden können (z.B. garantierte Überschüsse).
- **Steuern, Dividenden.** Steuern und Dividenden sind nicht zu berücksichtigen. Es sind nur solche cash flows miteinzubeziehen, die auch nach dem festgesetzten Zeithorizont von einem Jahr 'sicher' anfallen.
- **Deckungskapital, Investmenterträge.** Das Deckungskapital sowie nicht realisierte Anlagegewinne respektive -verluste zählen nicht zu den cash flows; es fliesst kein Geld.
- **Kosten.** Die Kosten müssen gemäss dem 'going concern' Prinzip projiziert werden. Es muss sicher gestellt werden, dass sämtliche Kosten (auch overhead-Kosten) einbezogen werden.
- **Fremdwährung.** Cash flows herrührend aus Fremdwährungs-Policen müssen mit der entsprechenden risikolosen Zinskurve abdiskontiert werden.
- **Andere Einnahmen.** Zu den anderen Einnahmen zählen unter anderem auch Rückprovisionen bei fondsgebundenen Lebensversicherungen.

Weitere Hinweise befinden sich in dem Dokument "Marktnahe Bewertung von Leben-Verpflichtungen" vom 15.3.2004.

3.2.2. BVG: Hinweise zur Modellierung der beruflichen Vorsorge

Der folgende Text zum BVG ist eine Weiterentwicklung des Dokumentes „Schweizer Solvenztest, Lebensversicherung, Hinweise zur Modellierung der beruflichen Vorsorge, Version 0j" und ersetzt dieses Dokument.

3.2.2.1. Zu modellierendes Versicherungsgeschäft

Im Rahmen der beruflichen Vorsorge müssen diejenigen Teile des Lebensversicherungsgeschäftes modelliert werden, welche in der neuen separaten Betriebsrechnung für die berufliche Vorsorge berücksichtigt werden. (gemäss Art. 139 AVO) für die berufliche Vorsorge berücksichtigt werden. Entstehen durch geschäftspolitische Grundsätze weitere Risiken, so sind die entsprechenden Garantien auch in die Bewertung einzubeziehen (z.B. Absicht zum Ausgleich einer Unterdeckung in einer Sammelstiftung oder der eigenen Vorsorgeeinrichtung).

3.2.2.2. Modellierungsarten

Zu modellieren sind die erwarteten Cashflows der Bestandesentwicklung. Dabei sind auch die Vertragsoptionen zu berücksichtigen. Zur Modellierung von Vertragsoptionen verweisen wir auf das Dokument "Richtlinie zur marktnahen Bewertung und Modellierung von Optionen und Garantien im Rahmen des Schweizer Solvenztestes"[B].
Das BPV schreibt keine speziellen Modelle vor mit Ausnahme für die Modellierung der Zinssensitivität der obligatorischen Altersguthaben (siehe Punkt 8). Für die Modellierung der übrigen Verpflichtungen sind prinzipiell sowohl "deterministische" Modelle möglich, in denen eine

[B] Dieses Dokument wird in einer Arbeitsgruppe der Schweizerischen Aktuarsvereinigung mit Beteiligung des Bundesamtes für Privatversicherung erarbeitet. Zur Zeit (Juni 2006) steht es in der Vernehmlassungsphase und ist unter
http://www.actuaries.ch/de/forum/documents/Richtlinie-marktnahe-Bewertung-Garantien-OptionenV072_11Apr06.pdf
abrufbar.

Bestandesentwicklung explizit realisiert wird, als auch "stochastische" Modelle, die z.B. auf Monte-Carlo-Simulationen der Bestandesentwicklung basieren. Das BPV stellt keine expliziten Anforderungen an den Detaillierungsgrad der Modelle. Plausible Vereinfachungen sind möglich und erwünscht, sofern ersichtlich ist, dass sich die Risikosensitivität nicht wesentlich ändert.

3.2.2.3. Bestandesentwicklung

Die Grundannahmen zur Bestandesentwicklung müssen dargelegt und begründet werden. Zu modellieren sind die Cashflows einer realistischen Bestandesentwicklung gemäss der aktuellen Geschäftspolitik. Alle Teilprozesse des Modells müssen kohärent zur angenommenen Bestandesentwicklung modelliert werden. Die Risiken und Kosten sowie die Dauer ihrer Berücksichtigung müssen ebenfalls zur Bestandesentwicklung passen. Dies gilt auch für die Verluste beim Rentenumwandlungssatz, die entsprechend der Bestandesentwicklung anfallen.
Die Bestandesentwicklung kann natürlich auch von wirtschaftlichen Bedingungen abhängig gemacht werden.
Wenn der Bestand normal weitergeführt wird, dann wäre ein separates Szenario mit stark abnehmendem Bestand (z.B. Abbau innerhalb von drei Jahren) wünschenswert.

3.2.2.4. Trennung von obligatorischen und überobligatorischen Komponenten

Die obligatorischen und überobligatorischen Komponenten der Verpflichtungen zur Verzinsung des Altersguthabens und zur Rentenumwandlung müssen separat modelliert werden.

3.2.2.5. Beschränkung der Dauer der Risiken im Aktivenbestand

Das BPV lässt eine Beschränkung der Gesamtdauer der Berücksichtigung der Risiken des Aktivenbestandes auf 10 Jahre zu, auch wenn die tatsächliche Bestandesentwicklung darüberhinaus fortwährt. Diese Beschränkung berücksichtigt die Möglichkeit des Versicherers, sein ALM mittelfristig zu verbessern oder aus dem Geschäft auszusteigen, sowie die zunehmende Unschärfe bei der Abbildung zukünftiger Risiken.

3.2.2.6. BVG-Mindestzinssatz

Solange auf politischer Ebene keine technische Regel zur Bestimmung des BVG-Mindestzinssatzes festgelegt wird, bestimmt die Aufsichtsbehörde diese Regel und gibt die daraus resultierenden Zinssätze bekannt.

BPV-Regel zum BVG-Mindestzinssatz im SST:
Der BVG-Mindestzinssatz beträgt 70% vom Kassazinssatz der eidg. Anleihen mit 7-jähriger Laufzeit genommen als rollendes Mittel über die letzten 7 Jahre (kurz 70/7/7). Abweichend hiervon muss im ersten Jahr der tatsächliche Mindestzinssatz eingehalten werden und im zweiten Jahr der Mittelwert zwischen dem Mindestzinssatz und 70/7/7.

Das BPV legt für den SST-Feldtest 2006 folgende Werte fest:

(0) Jahr	(1) Mittelwert über 1 Jahr der Kassazinssätze eidg. Anleihen bei 7 Jahren Laufzeit (in %)	(2) 70% von (1)	(3) 70 / 7 / 7	(4) BVG-Mindest-zinssatz im SST (in %)	(5) 120 / 7 / 7
1999	2.630	1.841			
2000	3.710	2.597			
2001	3.162	2.213			
2002	2.877	2.014			
2003	2.159	1.511			
2004	2.323	1.626			
2005	1.853	1.297	1.871		
2006	1.988	1.392	1.807	2.500	
2007	2.036	1.425	1.640	2.070	2.811
2008	2.076	1.453	1.531	1.531	2.625
2009	2.128	1.490	1.456	1.456	
2010	2.194	1.536	1.460	1.460	
2011	2.269	1.588	1.454	1.454	
2012	2.348	1.643	1.504	1.504	
2013	2.427	1.699	1.548	1.548	
2014	2.505	1.753	1.595	1.595	
2015	2.578	1.805	1.645	1.645	

Die Zinssätze für 1999 bis 2005 wurden als Mittelwerte über die täglichen Zinssätze gebildet. (Die Daten in Kolonne (1) weichen deshalb ab von den Kassazinssätzen per 1.1., wie sie in der Kolonne (1) der im März versandten Tabelle "70-7-7-Zinssaetze für das Repliportfolio im SST_16-03-06.xls" standen.) Als zukünftige Zinssätze wurden Forward Rates genommen, die aus der Zinskurve im SST-Template abgeleitet wurden.

3.2.2.7. Szenario zum BVG-Mindestzinssatz

Zur beruflichen Vorsorge muss ein Szenario zum BVG-Mindestzinssatz modelliert werden, das eine plötzliche Abweichung von der Zinsregel darstellt. Die Abweichung gilt nur für das zweite und dritte Jahr und setzt den Wert auf 120/7/7:

2007: 2.811%
2008: 2.625%.

Es wird ein singulärer Effekt modelliert ohne zusätzliche Einflüsse. Die Abweichung soll im zweiten Jahr mit Wirkung über 2 Jahre stattfinden, da der erste Wert durch den tatsächlichen Mindestzinssatz bestimmt ist und der Bundesrat den Mindestzinssatz jeweils für 2 aufeinanderfolgende Jahre festlegt. In den Folgejahren wird wieder die 70/7/7-Regel angewandt.
Bei Verwendung des Replikationsportfolios zur Modellierung des obligatorischen Altersguthabens (siehe nachfolgenden Punkt) müssen im zweiten und dritten Jahr die Zinssätze aller verwendeten Tranchen auf 120% (statt 70%) gesetzt werden.

3.2.2.8. Modellierung des obligatorischen Altersguthabens

Das Altersguthaben muss für den obligatorischen und überobligatorischen Teil getrennt modelliert werden. Alle Versicherer müssen zur Modellierung des *obligatorischen* Altersguthabens das im Folgenden beschriebene BPV-*Replikationsportfolio* benutzen, welches im SST-Template implementiert ist. Zusätzlich können auch andere Modellierungen durchgeführt werden. Wird eine *Cash-Flow-Modellierung* des Altersguthabens vorgenommen, die den unten aufgeführten Anforderungen genügt, dann wird sie vom BPV als gleichwertig anerkannt. Ein SST, in dem das

obligatorische Altersguthaben mit dem Replikationsportfolio modelliert wird, muss aber in jedem Fall auch durchgeführt und abgegeben werden.
Ändert sich der Bestand stark, dann muss neben dem Replikationsportfolio auch ein anderes Modell gerechnet werden.

Zur Rentenumwandlung folgt unten ein separater Punkt.

Eigenschaften des Replikationsportfolios:

- Es besteht aus 7 virtuellen Tranchen 7-jähriger eidg. Anleihen, welche über einen Zeitraum von vor 7 Jahren bis Ende des Jahres 2005 ausgegeben wurden.
- Ausser dem (obligatorischem oder überobligatorischen) Altersguthabens per Ende 2005 hat das Replikationsmodell keine weiteren Freiheitsgrade. Die Berechnung läuft deshalb bei allen Lebensversicherern, welche die berufliche Vorsorge versichern, genau gleich ab.
- Jede Tranche geht nominell mit demselben Anteil von 1/7 des Altersguthabens per Ende 2005 ein.
- Mit 70% der Couponserträge wird der Mindestzinssatz erwirtschaftet.

Eigenschaften des Cash-Flow-Modelles:

- Die Aktiven werden als ein Bestand von anwartschaftlichen Leibrenten betrachtet.
- Es können geeignete Bestandesverdichtungen zur Vereinfachung vorgenommen werden.
- Die Verzinsung des Altersguthabens entspricht der oben angegebenen Fortschreibung des BVG-Mindestzinssatzes.
- Es kann der Erhalt der Altersstruktur des Bestandes oder eine Alterung, aber keine Verjüngung angenommen werden.
- Der Gesamtbestand kann erhalten oder abgebaut, aber nicht ausgeweitet werden.
- Beim Dienstaustritt wird das Altersguthaben fällig. Beim Vertragsstorno kann innerhalb der ersten 5 Vertragsjahre ein Zinsrisikoabzug vorgenommen werden.
- Das nach 10 Jahren verbleibenden Portefeuille der Aktiven wird zum Nominalwert der Altersguthaben übertragen.

Bei der Modellierung der Zinsverpflichtungen des obligatorischen Altersguthabens gegenüber autonomen Sammeleinrichtungen, für die der BVG-Mindestzinssatz nicht eingehalten werden muss, kann ein geschäftspolitisch realistischer, abweichender Zinssatz angewandt werden. Die Verwendung muss dargelegt und begründet werden.

3.2.2.9. Modellierung des überobligatorischen Altersguthabens

Das überobligatorische Sparen sollte gemäss der Geschäftspolitik modelliert werden. Wenn die Einhaltung des BVG-Mindestzinssatzes nicht Ziel der Geschäftspolitik ist, dann kann ein geschäftspolitisch realistischer, abweichender Zinssatz für das überobligatorische Sparen angewandt werden. Die Verwendung muss dargelegt und begründet werden. Das überobligatorische Sparen kann mit dem entsprechenden Replikationsportfolio im SST-Template oder mit anderen Methoden modelliert werden. Es kann auch mit einer beschränkten Marge zwischen Rendite und Verzinsung gerechnet werden, *höchstens aber für 10 Jahre*. Auch in diesem Fall muss die Methode dargelegt und begründet werden.

3.2.2.10. Rentenumwandlung und Kapitaloption

Die Rentenumwandlung muss für den obligatorischen und überobligatorischen Teil getrennt modelliert werden.
Das zur Verrentung bereitstehende Alterskapital wird folgendermassen bestimmt: Die Altersguthaben müssen über 10 Jahre gemäss der Bestandesentwicklung fortgeführt werden. Die Verzinsung im obligatorischen Teil erfolgt mit dem BVG-Mindestzinssatz (auch für Verpflichtungen gegenüber autonomen Sammeleinrichtungen). Im überobligatorischen Teil wird die Verzinsung gemäss der Zinsannahmen für den überobligatorischen Teil in Punkt 9 durchgeführt. Entsprechend der Bestandesentwicklung wird ein Teil des Altersguthabens frei zur Verrentung oder für den Kapitalbezug.

Die angewandte Quote für den Kapitalbezug muss dargelegt werden. Die Abhängigkeit von der Zinsentwicklung muss berücksichtigt werden.
Die Neuverrentungen brauchen nur für 10 Jahre durchgeführt zu werden.
Für den obligatorischen Teil des Altersguthabens, das in eine Altersrente umgewandelt wird, muss der gesetzliche Umwandlungssatz angewandt werden. Infolge der 1. BVG-Revision fällt der BVG-Rentenumwandlungssatz von 7.2% auf 6.8% im Jahr 2014. Anschliessend muss weiterhin mit 6.8% umgewandelt werden.
Im überobligatorischen Bereich kann ein 5-jähriger linearer Übergang vom derzeit genehmigten Umwandlungssatz zu einem Umwandlungssatz zweiter Ordnung durchgeführt werden.
Die Abwicklung der Altersrenten kann entsprechend dem Schema im SST-Template (Blatt L_BV_Renten) durchgeführt werden. (In der ersten Version waren versehentlich nur 9 Jahre eingetragen. Dies wurde auf 10 Jahre geändert.)
Die Kapitaloption ist zu bewerten gemäss der "Richtlinie zur marktnahen Bewertung und Modellierung von Optionen und Garantien im Rahmen des Schweizer Solvenztestes".

3.2.2.11. Laufende Renten

Die laufenden Renten entstehen gemäss der Risikostruktur und der Entwicklung des Bestandes. Die Entstehung kann aber auf maximal 10 Jahre beschränkt werden. Die Renten, auch die zukünftig entstehenden, werden marktnah (Sterbetafeln 2. Ordnung, Diskontierung durch Zinskurve) auf den heutigen Zeitpunkt diskontiert. Sie sind also im SST einem Zinsrisiko und einem biometrischen Risiko unterworfen. Bei den laufenden Invalidenrenten kann die Reaktivierung pauschal eingerechnet werden. Der Sterblichkeitstrend ist für die Bewertung mit einer aktuariell anerkannten Methodik (Generationentafeln, z. Bsp. modelliert mithilfe des Nolfiansatzes $q_{x,t} = q_{x,t_0} \cdot \exp(-\lambda_x \cdot (t - t_0))$ und einem Parameter λ_x, der mit einem anerkannten Trendschätzungsverfahren ermittelt wurde).

3.2.2.12. Risikoprozess bei den Aktiven

Der Risikoprozess bei den Aktiven kann vereinfacht durch eine Marge zwischen Prämien und Schäden modelliert werden. Wir unterstellen, dass aufgrund der einjährigen Tarifierung eine solche Marge möglich ist, obwohl es in der Realität eine Anpassungsverzögerung und rechtliche Einschränkungen hinsichtlich der Tarifanpassung gibt. Die benutzte Marge soll auf der tatsächlichen heutigen Marge basieren und kann gewisse zukünftige Verbesserungsmöglichkeiten berücksichtigen. Sie darf aber höchstens 20% der Risikoprämie betragen und kann *höchstens 10 Jahre lang* verwendet werden. Diese Marge muss natürlich gemeinsam mit den Ergebnissen aus den anderen Prozessen durch die Mindestquote geführt werden.
Die Schäden entsprechen der Risikostruktur des Bestandes. Die Prämien können dann mit der Marge aus den Schäden abgeleitet werden.
Es sind natürlich auch andere, feinere Modellierungen möglich.

3.2.2.13. Kostenprozess

Der Kostenprozess kann ebenfalls pauschal mit einer Marge modelliert werden. Die benutzte Marge muss aber auf der aktuellen, tatsächlichen Marge basieren. Sie kann sich verbessern, aber auch verschlechtern, darf höchstens 20% der Kostenprämie betragen und kann *höchstens 10 Jahre lang* verwendet werden. Auch diese Marge muss natürlich gemeinsam mit den Ergebnissen aus den anderen Prozessen durch die Mindestquote geführt werden. Bei einem Abbau des Bestandes muss mit zunehmenden Kostensätzen gerechnet werden. In jedem Falle muss die Kostenentwicklung dargelegt und begründet werden.

3.2.2.14. Vertragsauflösung

Vertragsauflösungen sowie daraus resultierende Zinsverluste und Verluste aus dem Wegfall zukünftiger Margen müssen entsprechend der Bestandesentwicklung realisiert werden. Ausserdem ist der Praxis im Zusammenhang mit Art. 53e BVG (Weitergabe oder Zurückbehalten der laufenden Renten) Rechnung zu tragen, das heisst die Rückkaufsoption ist zu bewerten und vom risikotragenden Kapital in Abzug zu bringen.

Die Zinssensitivität des Stornoverhaltens ist zu definieren und zu berücksichtigen gemäss der "Richtlinie zur marktnahen Bewertung und Modellierung von Optionen und Garantien im Rahmen des Schweizer Solvenztestes".

Es müssen nur Vertragsauflösungen innerhalb von 10 Jahren berücksichtigt werden.

3.2.2.15. Indexierung und Teuerungsfonds

Im Standardmodell werden die Teuerungsrisiken nicht berücksichtigt, da eine jährliche Anpassung der Teuerungsprämien möglich ist. In jedem Fall dürfen die Mittel des Teuerungsfonds nur zum Ausgleich der Teuerung oder zum Transfer in den Überschussfonds verwendet werden. Der Teuerungsfonds wird proportional zum Bestand abgewickelt. Dabei kann die derzeitige Zinsmarge zwischen der tariflichen Verzinsung und den tatsächlichen Kapitalerträgen pauschal fortgeschrieben werden. Das BPV beschränkt die Marge auf maximal 1%. Die Margenrechnung kann *höchstens 10 Jahre lang* durchgeführt werden. Für die Abwicklung treffen wir die vereinfachende Annahme, dass die Teuerungsprämien dem Aufwand für Kosten und Leistungen entsprechen.

3.2.2.16. Mindestquote

Die Wirkung der gesetzlichen Regeln zur Mindestquote soll so weit wie möglich berücksichtigt werden. Dabei ist zu beachten, dass die Bestimmung der Mindestquote auf statutarischen Grössen basiert. Die statutarischen Grössen in der Betriebsrechnung werden geschätzt, damit die Auswirkung der Mindestquote berücksichtigt werden kann.
Betroffen sind natürlich nur diejenigen Verträge, die der Mindestquote unterworfen sind.

3.2.2.17. Darstellung

Bei der Darstellung des Modells und der Ergebnisse sollen die Modellannahmen, der Ausgangsbestand, Parameter sowie wichtige Bestandesdaten als Zeitreihen dargestellt werden. Hierzu zählen etwa das obligatorische und überobligatorische Altersguthaben, Zinsen, das DK der laufenden Renten, Umwandlungssatzverluste, Risikoprämien und Kosten.

3.3. Bewertung der Liabilities für Nichtlebensversicherer

Der Wert der Rückstellungen und Verbindlichkeiten, welche nicht risikotragend sind, setzt sich zusammen aus

- dem bestmöglichen Schätzwert der Barwerte der Erwatungswerte der zukünftigen Zahlungen für Schäden, deren Schadendatum in der Vergangenheit liegt. Darin eingeschlossen sind Rückstellungen für IBNyR-Schäden.
- Rückstellungen für zukünftige Kosten im Zusammenhang mit den im ersten Punkt erwähnten Schadenfälle (ULAE-Rückstellungen).
- dem Prämienübertrag; eingenommene, aber noch nicht verdiente Prämien; unearned premium reserve (upr)
- dem diskontierten Best Estimate Wert der weiteren Rückstellungen und Verpflichtungen, welche nicht risikotragend sind:
    1. ausgegebene Obligationen,
    2. bereits geplante Dividendenausschüttungen aus dem Vorjahr,
    3. Rückstellungen für allfällige vertragliche Überschuss-Gewinnbeteiligungen
    4. eigene Aktien (diese erscheinen auf beiden Seiten der Bilanz)
    5. Steuerrückstellungen
    6. Rückstellungen für Pensionen
    7. sonstige Rückstellungen und Verbindlichkeiten, die nicht risikotragend sind.

Die diskontierten Best Estimate der Schadenrückstellungen ist die Schätzung der Summe der heutigen Barwerte der Erwartungswerte der zukünftigen Schadenzahlungen für Schadenfälle, deren Schadendatum vor dem Betrachtungszeitpunkt liegt. Die Schätzung muss erwartungstreu erfolgen und die sämtliche Informationen einbeziehen, die bis zum Betrachtungszeitpunkt vorliegen.

Für die Bestimmung der diskontierten Best Estimate Reserven ist es somit pro Branche erforderlich, bestmöglichen Schätzungen die zukünftigen Zahlungen zu ermitteln und diese zu auf den Betrachtungszeitpunkt (z.B. t_0) abdiskontieren. Als Diskontsätze müssen die risikofreien Diskontsätze $v_j^{(0)}$ verwendet werden. Die zukünftigen Zahlungen werden über das Zahlungsmuster der undiskontierten Best Estimate Reserven ermittelt. Die diskontierte Best Estimate Reserve am Zeitpunkt t_0 beträgt somit:

$$\sum_{k\geq 1} v_k^{(0)} \beta_{k-1} \cdot R_{PY}^{(0)} = \sum_{k\geq 1} d_{PY}^{(0)} \cdot R_{PY}^{(0)} \ , \tag{3}$$

wobei $R_{PY}^{(0)}$ die undiskontierten Bedarfsschadenrückstellungen im Zeitpunkt t_0 für die betrachteten Schäden (Schadendatum in PY) sind. Die Schweizerischen Aktuarsvereinigung (SAV) legt dazu Richtlinien vor. Die Koeffizienten $(\beta_k)_{k\geq 0}$ bezeichnen das Auszahlungsmuster pro Branche und können unternehmensindividuell bestimmt werden. Alternativ werden im SST für die meisten Branchen Auszahlungsmuster standardmässig vorgeschlagen. Dabei handelt es sich um Zahlungsmuster $(\alpha_k)_{k\geq 0}$ unabhängig vom Anfalljahr, die aus den Mustern der grossen Portefeuilles im schweizerischen Versicherungsmarkt abgeleitet wurden. Um aus diesen Auszahlungsmustern die $(\beta_k)_{k\geq 0}$ zu berechnen, müssen sie zunächst auf die Reserven per Ende des Vorjahres CY-1, aufgeteilt nach Anfalljahr, entsprechend der bereits abgewickelten Jahre umskaliert und angewendet werden. Die $(\beta_k)_{k\geq 0}$ können dann aus der Entwicklung der Gesamtreserve für alle Anfalljahre abgeleitet werden.
Die Standardwerte für die Auszahlungsmuster $(\alpha_k)_{k\geq 0}$ können aus dem Template des SST entnommen werden.

3.3.1. Spezialfall der UVG-Renten

Rückstellungen in der Branche UVG (obligatorische Unfallversicherung für Erwerbstätige) werden unterteilt in

- Rückstellungen für Schadenfälle, die nicht oder noch nicht verrentet sind und
- Rückstellungen für Schadenfälle, in denen eine Rente gezahlt wird.

Dieser Abschnitt beinhaltet eine Bemerkung zu der zweiten Kategorie, den Rentenrückstellungen.

UVG-Renten bestehen aus der Grundrente und einem Teuerungszulage (TZ), der analog der Teuerung in der AHV vorgegeben wird. Finanziert wird der TZ durch den sogenannten Zinsüberschuss $\phi_{10/10} - z_{UVG}$, wobei z_{UVG} ist der technische Zinssatz von 3.25% und $\phi_{10/10}$ der Durchschnitt der letzten 10 zehnjährigen Kassazinsen sind. $\phi_{10/10}$ wird alljährlich vom Bundesamt für Gesundheit (BAG) basierend auf den von der Nationalbank herausgegebenen Kassazinssätzen[C] berechnet.

[C] Die Kassazinssätze sind bei der Schweizerischen Nationalbank unter www.snb.ch → Publikationen → Statistisches Monatsheft → E Zinssätze und Renditen → Renditen von Obligationen zu finden.

Im Prinzip ist mit dem Kassazinssatz der Zerocouponszinssatz gemeint, allerding fliessen während einer noch andauernden Übergangsphase für die alten Jahr noch Zinssätze von couponstragenden Bundesobligationen ein. Der für das Rechnugsjahr 2005 berechnete Zinsatz $\phi_{10/10}$ beispielsweise ist ein Mittel von Durchschnittsrenditen der zehnjährigen Bundesobligationen der Jahre 1996 bis 2000 und von zehnjährigen Zerocouponszinssätzen der Jahre 2001 bis 2005. Das Resultat ist 3.12%, im Jahr zuvor resultierte 3.37%.

Falls der Zinsüberschuss nicht ausreicht, um den Teuerungszulage zu bezahlen, kann der UVG-Versicherer Umlagebeiträge von den aktiven UVG-Versicherten seines Bestandes erheben. Ein Problem besteht jedoch darin, dass nicht garantiert ist, dass der einzelne UVG-Versicherer einen solchen Bestand hat, und er somit unter Umständen keine Umlagebeiträge erheben kann. Dieses Risiko wurde gelöst durch die Schaffung des UVG-Teuerungsfonds. Dieser garantiert einem teilnehmendem UVG-Versicherer, dass er eine Ausgleichszahlung vom Pool erhält. Die Mitgliedschaft im genannten Fonds ist zur Zeit (2006) nicht obligatorisch, dennoch nehmen bis auf wenige Ausnahmen alle UVG-Versicherer am Fonds teil.

Da die effektive Verpflichtung eines UVG-Versicherers davon abhängt, ob er Mitglied im Pool ist oder nicht, muss die Bewertung diesen Unterschied berücksichtigen.

3.3.1.1. Best-Estimate der Rückstellung für ein Nichtmitglied

Die Best-Estimate-Rückstellung für ein Nichtmitglied ist der Barwert einer indexierten Rente sein. Die jährliche Zahlung der Rente ohne Teuerungsanpassung habe den Wert a. Die Zahlung im Jahr i ist wiederum a, aber korrigiert um die Teuerung $(1+t_i)^i$, insgesamt also $a\cdot(1+t_i)^i$. Der Barwert des Zahlungstromes der indexierten Rentenzahlungen ist demzufolge

$$PV = \sum_{i=1} \frac{a\cdot(1+t_i)^i}{(1+r_i^{(0)})^i} \approx \sum_{i=1} \frac{a}{(1+r_i^{(0)}-t_i)^i}.$$

$r_i^{(0)}$ bezeichnet den i-jährigen, risikofreien Zinssatz im Zeitpunkt t_0. Vereinfachend wird angenommen, dass die Differenz $r_i^{(0)}-t_i$ zwischen dem heutigen Wert des i-jährigen Zinses und dem Teuerungssatz approximiert werden kann durch einen Realzins, für den 1.5% angesetzt wird. Daraus folgt:

$$PV \approx \sum_i \frac{a}{(1+0.015)^i}.$$

Die UVG-Rentenrückstellungen besteht aus diesem Wert und den Rückstellungen gemäss UVV 111/3, da diese oft den Sinn von notwendigen Alterungsrückstellungen haben. Rückstellungen nach UVV 111/1 werden hingegen als risikotragend betrachtet. Im Katastrophenfall könnte der UVG-Versicherer diese auflösen, demzufolgen sind sie nicht Teil der Best-Estimate der Rückstellungen.

Dieser Wert ist zu erhöhen um den Wert der Rückstellungen

3.3.1.2. Best-Estimate-Rückstellung für ein Mitglied des Teuerungsfonds

Der SST trifft die Annahme, dass der UVG-Teuerungsfonds auch in Zukunft existiert und funktioniert. Das bedeutet, dass ein Poolmitglied damit rechnen kann, dass es Beiträge (Ausgleichszahlungen vom Pool) zur Finanzierung der Teuerung bekäme im Fall, dass dies nötig wäre. Das heisst, dass die Rentenrückstellung die zukünftigen Teuerungszahlungen nicht beinhalten muss.

Die Bewertung der UVG-Rentenrckstellungen einen Versicherer, der am Pool teilnimmt, setzt sich zusammen aus

- dem Rentendeckungskapital, basierend auf den Regeln nach UVV 108,
- den Verpflichtungen gegenüber dem Teuerungsfonds und
- den Rückstellungen nach UVV 111/3.

4. Standardmodell für Versicherungs-, Markt- und Kreditrisiken

4.1. Das Standardmodell für Marktrisiken (ohne Kreditrisiko)

Es wird verwiesen auf die Dokumente

- "SST 2006 Marktrisikomodell" und
- "Beschreibung des Inputs für die Sensitivitäten im Marktrisikomodell für den SST Feldtest 2006".

Das Marktrisikomodell im Standardmodell basiert auf der Annahme der Annahme, dass die Änderung des risikotragenden Kapitals aufgrund der Marktrisiken beschrieben werden kann als eine Abhängigkeit von Marktrisikofaktoren. Diese Marktrisikofaktoren umfassen Zinssätze über verschiedene Laufzeiten und Währungen, Aktienindizes, Währungswechselkurse, Immobilienindizes, Obligationenspreads, implizite Volatiliäten, etc. Insgesamt werden im SST-Feldtest 2006 74 Marktrisikofaktoren betrachtet.

Des weiteren geht das Standardmodell davon aus, dass die Marktrisikofaktoren multivariat normalverteilt sind. Für die meisten ist sind die Volatilitäten und Korrelationskoeffizienten gegeben. Ausnahmen bestehen beispielsweise bei den Volatilitäten und Abhängigkeiten der Hedge Funds und der Investitionen in Private Equity. Verschiedene Hedge Funds und Private Equity verhalten sich sehr unterschiedlich, weshalb es unangebracht ist, für diese Risikofaktoren fixe Werte vorzugeben. Stattdessen müssen diese für für das eigene Portfeuille bestimmt werden.

Ferner sind die sogenannten Sensitivitäten des eigenen Portfeuilles zu ermitteln. Sensitivitäten sind die partiellen Äbleitungen des risikotragenden Kapitals nach den Marltrisikofaktoren. Sie werden in der Regel approximiert durch einen Differenzenquotienten. Dies soll durch ein Beispiel erläutert werden:

Als Risikofaktor wird beispielsweise der 10-jährige Zinssatz r_{10} in CHF betrachtet. Verändert sich dieser, so ändern sich sowohl Assets als auch Liabilites, im allgemeinen aber nicht im gleichen Ausmass. Es besteht also ein Risiko gegenüber dem 10-jährigen Zinssatz. Im Beispiel bewirke eine Erhöhung von r_{10} um 100 Basispunkt (bp) eine Reduktion des Assets um 1'000'000 CHF und eine Reduktion der Liabilities um 1'200'000 CHF. Die Sensitivität des RTK gegenüber r_{10} ist folglich

$$s_{r_{10}} := \frac{\partial RTK}{\partial r_{10}} \approx \frac{-1-(1.2)}{100}\frac{\text{MCHF}}{\text{bp}} = \frac{200'000}{100}\frac{\text{CHF}}{\text{bp}} = 2'000\,\text{CHF}/\text{bp}\,.$$

Die Interpretation davon ist, dass sich das RTK um 2000 CHF erhöht, wenn der 10-jährige Zins um einen Basispunkt steigt.

Damit sind im Marktrisikomodell die Varianzen und Kovarianzen der Risikofaktoren einerseits und die Abhängigkeit der Assets und Liabilites von diesen Risikofaktoren andererseits bekannt. Daraus ergibt sich die Varianz des risikotragenden Kapitals, die durch die Änderungen der Marktrisikofaktoren verursacht wird:

$$Var = \left(s_1\sigma_1 \quad \ldots \quad s_{74}\sigma_{74}\right)\cdot \begin{pmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \cdots & \cdots & \rho_{1,74} \\ \rho_{2,1} & 1 & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & 1 & \rho_{73,74} \\ \rho_{74,1} & \cdots & \cdots & \rho_{74,73} & 1 \end{pmatrix}\cdot \begin{pmatrix} s_1\sigma_1 \\ s_2\sigma_2 \\ \vdots \\ s_{73}\sigma_{73} \\ s_{74}\sigma_{74} \end{pmatrix}$$

Dabei bedeuten σ_i die Volatilität des Marktrisikofaktors i, $\rho_{i,j}$ den Korrelationskoeffizienten zwischen den zwei Marktrisikofaktoren i und j, und s_i die Sensitivität gegenüber der Marktrisikofaktoren i.

4.2. Standarmodell für das Kreditrisiko: Eigenmittelanforderungen für Kreditrisiken gemäss Basel II – Kurzanleitung für den SST

Dieser Abschnitt gibt eine Übersicht, wie der sogenannte Basel II Standardansatz im Rahmen des SST für die Ermittlung der Eigenmittelanforderungen für Kreditrisiken anzuwenden ist. Die Referenzen beziehen sich auf die Paragraphen des Dokuments „International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards“, Juni 2004, des Basel Committee on Banking Supervision der BIS[D].

Abweichungen von Basel 2

- Keine Eigenmittelanforderungen für Aktien und Beteiligungen (siehe 4.2.2.5 und 4.2.2.6)
- Anerkennung von verpfändeten Lebensversicherungspolicen als Sicherheiten zur Kreditrisikominderung (siehe 4.2.3.1)

4.2.1. Prinizipien

Alle Forderungen werden gemäss den externen Ratings der Gegenpartei / des Emittenten mit einem spezifischen Faktor (Risikogewicht) gewichtet. Das Produkt aus dem massgebenden Exposure und Risikogewicht ergibt das „gewichtete Risikoaktivum“.

Die Höhe des Risikogewichts hängt vom Typ der Gegenpartei oder des Emittenten (Staaten, Banken, Unternehmen, Retailportfolios) ab und dessen externen Rating ab (sofern ein solches existiert). Sicherheiten und andere Formen der Kreditrisikominderung führen zu einer Reduktion der massgebenden Exposures.

4.2.1.1. Ratings

Ratings der Ratingagenturen S&P, Moody’s und Fitch werden im Rahmen des SST anerkannt. Gesellschaften können beim BPV beantragen, auch Ratings anderer Ratingagenturen benutzen zu können.

Die Ratings werden, abhängig von der Art der Gegenpartei oder des des Emittenten (vgl. §§ 53, 63, 66, 103), auf ein Risikogewicht gemappt.

Für die Zwecke des SST sind Ratings von Moody’s und Fitch gemäss folgender Tabelle auf S&P-Ratings zu mappen und diese dann gemäss den Vorgaben von Basel II in Risikogewichte umzulegen:

S&P	Moody’s	Fitch
AAA	Aaa	AAA
AA-	Aa3	AA-
A+	A1	A+
A-	A3	A-
BBB+	Baa1	BBB+
BBB-	Baa3	BBB-
BB+	Ba1	BB+
BB-	Ba3	BB-
B-	B3	B-
ungerated	ungerated	ungerated

[D] http://www.bis.org/publ/bcbs107.htm

Falls andere Ratings als diejenigen von S&P, Moody’s und Fitch benutzt werden, ist dem Antrag eine Mappingmatrix gemäss obigem Muster beizulegen.

Gesellschaften können eine Teilmenge der oben genannten Ratingagenturen und der zusätzlich genehmigten Ratingagenturen benutzen. Diese Teilmenge ist klar zu definieren und bei der Verwendung von mehr als einer Ratingagentur sind §§ 96-98 bei der Ermittlung des Risikogewichts zu berücksichtigen.

Zu beachten ist ferner, dass zwischen Emittentenratings und Emissionsratings zu unterscheiden ist, s. §§ 99-101.

4.2.1.2. Art der Gegenpartei oder des Emittenten

Das Basel II Framework unterscheidet verschiedene Arten von Gegenparteien oder Emittenten:

- Staaten und deren Zentralbanken, staatliche Organisationen, sonstige öffentliche Stellen und multilaterale Entwicklungsbanken (§§ 53-59)
- Banken (§§ 60-64)
- Wertpapierhäuser (§ 65)
- Unternehmen (§§ 66-68)
- Retailportfolios (§§ 69 – 71)
- Durch Wohnimmobilien gesicherte Forderungen (§ 72)
- Durch gewerbliche Immobilien gesicherte Forderungen (§ 74)

Für Staaten, staatliche Organisationen, sonstige öffentlichen Stellen (§ 53), Banken, Wertpapierhäuser($63) und Unternehmen (§§66) sind Tabellen mit Risikogewichten definiert, welche das Risikogewicht als Funktion des externen Ratings der Gegenpartei oder des Emittenten widerspiegeln.

Spezielle Positionen wie Kredite in Verzug (§§ 75 – 78), Kategorien höheren Risikos (§§ 79 – 80) und Ausserbilanzgeschäfte (§§ 82 – 89) sind separat geregelt.

4.2.1.3. Gewichtete Risikoaktiva

Das Netto-Exposure wird mit dem Risikogewicht, welches von der Art der Gegenpartei oder des Emittenten sowie dessen Rating abhängt, multipliziert, und ergibt so ein risikogewichtetes Aktivum. Kreditrisikominderungen (CRM, s. Kapitel 4.2.3) führen – zumindest im Rahmen des einfachen Ansatzes – zu einer Anpassung der Risikogewichte.

Bei Anrechnung von Kreditrisikominderungen mittels des umfassenden Ansatzs errechnet sich das massgebende Exposure aus dem Brutto-Exposure, reduziert um den Effekt von allfälligen Sicherheiten.

Das massgebende Exposure von Derivaten und Eventualverpflichtungen errechnet sich gemäss 4.2.4 und 4.2.5.

4.2.1.4. Aggregation

Die Risikoaggregation im Rahmen von Basel II ist rein additiv, d.h. Portfolio- und Diversifikations-aspekte sind in den vorgegebenen Risikogewichten bereits berücksichtigt.

Das Total der risikogewichteten Aktiva entspricht der Summe der einzelnen risikogewichteten Aktiva.

4.2.1.5. Eigenmittelanforderung

Die Eigenmittelanforderungen für Kreditrisiken betragen 8% der Summe aller gewichteten Risikoaktiva.

4.2.2. Forderungen

4.2.2.1. Obligationen

Bestände an Obligationen sind als Forderungen an den Emittenten zu behandeln, d.h. je nach Art des Emittenten mit den Gewichten für Staaten, Banken, Unternehmen etc. zu gewichten.

4.2.2.2. Kredite

Kredite, mit Ausnahme von Hypotheken welche die Anforderungen von §72 erfüllen, sind als Forderungen an den Schuldner zu behandeln, d.h. je nach Art des Schuldner mit den Gewichten für Staaten, Banken, Unternehmen etc. zu gewichten.

Durch gewerbliche Immobilien besicherte Forderungen werden nach § 74 behandelt.

4.2.2.3. Hypotheken

Hypotheken welche § 72 erfüllen werden mit 35% gewichtet.

4.2.2.4. Ausserbilanzgeschäfte

Ausserbilanzgeschäfte umfassen eine Reihe von Positionstypen wie Derivate, Garantien und Kreditzusagen. Allen Ausserbilanzgeschäften ist gemein, dass ihre Beträge mittels Kreditumrechungsfaktoren (CCF) in ein massgebendes Exposure umgewandelt werden (§§ 82 – 89). Der CCF dient dabei zur Abbildung des potentiellen zukünftigen Risikoexposures.

Die dermassen ermittelten massgebenden Exposures werden dann mit Risikogewichten, die von der Art der Gegenpartei abhängen (vgl. Abschnitt 4.2.2.2), multipliziert und so in ein gewichtetes Risikoaktivum umgewandelt.

<u>Derivate</u>

Aus Derivatpositionen kann ein Gegenparteirisiko entstehen. Die Behandlung von nicht an einer anerkannten Börse gehandelten Derivaten, welche nicht einer täglichen Margennachschusspflicht unterstehen, ist im Abschnitt 4.2.4 erläutert.

<u>Garantien</u>

Die Behandlung von Eventualverpflichtungen und Garantien ist im Abschnitt 4.2.5 erläutert.

<u>Kreditzusagen</u>

s. § 83.

4.2.2.5. Aktien

Keine Eigenmittelanforderung für Kreditrisiken.

4.2.2.6. Beteiligungen

Keine Eigenmittelanforderung für Kreditrisiken.

4.2.2.7. Verbriefte Forderungen

§§ 538 – 605 regeln die Behandlung von Verbriefungspositionen.

4.2.3. Kreditrisikominderung

Kreditrisikominderungen (CRM: Credit Risk Mitigation techniques) umfassen Techniken zur Minderung von Kreditrisiken durch Sicherheiten (Collateral), Garantien, Netting-Agreements oder Kreditderivate. Der Effekt aus Kreditrisikominderungen darf (muss aber nicht) im Rahmen des SST berücksichtigt werden.

Garantien und Kreditderivate können nur berücksichtigt werden, wenn sie unmittelbar, ausdrücklich, unwiderruflich und unbedingt sind, vgl. §§ 140 – 141.

Kreditrisikominderungen können nur vollständig berücksichtigt werden, wenn die Laufzeiten des Exposures und der Kreditrisikominderung identisch sind, vgl. § 143 sowie §§ 202 – 205.

Bemerkung: durch Immobilien besicherte Forderungen sind in den Abschnitten 4.2.2.2 und 4.2.2.3 behandelt; der entsprechende Grundpfand ist im Rahmen der Kreditrisikominderungen nicht zu berücksichtigen.

4.2.3.1. Sicherheiten

Im Rahmen des SST stehen zwei Varianten zur Berücksichtigung von Sicherheiten zur Verfügung: der einfache Ansatz und der umfassende Ansatz.

Einfacher Ansatz

Im einfachen Ansatz wird gemäss §§ 182 – 185 das Risikogewicht des Exposures durch das Risikogewicht der Kreditrisikominderung ersetzt. § 145 beschreibt die Sicherheiten, die berücksichtigt werden dürfen.
Zusätzlich zu den unter § 145 aufgeführten Sicherheiten darf eine verpfändete Lebensversicherungspolice höchstens bis zum Rückkaufwert als Sicherheit berücksichtigt werden. Ist der Forderungsgläubiger auch Aussteller der Police, so erhält der durch die Police gesicherte Forderungsanteil eine Risikogewicht von 0% (Ergänzung zu §§ 183 -185).

Umfassender Ansatz

Der umfassende Ansatz bietet eine verfeinerte Berücksichtigung von Sicherheiten und erlaubt, zusätzliche Arten von Sicherheiten gemäss § 146 zu berücksichtigen. Im umfassenden Ansatz ist der Volatilität des gesicherten Anteils mit Haircuts, die sowohl für das Exposure als auch für die Sicherheit zu berücksichtigen sind, vgl. §§ 151-153. Das massgebende Exposure ergibt sich gemäss der Formel in § 147.

Versicherungsgesellschaften, die eigene Haircuts verwenden wollen, können dies. Sie müssen nachweisen können, dass sämtliche Anforderungen gemäss §§ 154 – 181 erfüllt sind.

4.2.3.2. Garantien

Bei Garantien, welche die Anforderungen von §§ 189 – 190 sowie § 195 erfüllen, wird der abgesicherte Teil des ursprünglichen Exposures mit dem Risikogewicht des Sicherungsgebers gewichtet, s. §§ 196 – 201.

4.2.3.3. Netting-Agreements

Der risikomindernde Aspekt aus Netting-Agreements ist gemäss § 188 zu berücksichtigen.

4.2.3.4. Kreditderivate

Lediglich CDS und TRS können im Rahmen des SST als Kreditrisikominderungen berücksichtigt werden, vgl. §§ 193 - 194. Falls die Anforderungen von §§ 189 – 192 sowie § 195 erfüllt sind, wird der abgesicherten Teil des ursprünglichen Exposures mit dem Risikogewicht des Sicherungsgebers gewichtet, s. §§ 196 – 201.

4.2.4. Kreditexposures von Derivaten

Bei Terminkontrakten (einschliesslich nicht bilanzierten, nicht erfüllten Kassageschäften) kann das Kreditäquivalent wahlweise nach der Marktbewertungs- oder der Ursprungsrisikomethode berechnet werden. Bei gekauften Optionen ist immer die Marktbewertungsmethode anzuwenden.

4.2.4.1. Marktbewertungsmethode

Bei der Marktbewertungsmethode berechnet sich das massgebende Exposure anhand *des aktuellen Wiederbeschaffungswertes* (replacement value) des jeweiligen Kontraktes zuzüglich einer Sicherheitsmarge (add-on) zur Abdeckung des zukünftigen potentiellen Kreditrisikos während der Restlaufzeit des Kontraktes. Ein Add-on kann bis zu dessen Höhe mit dem negativen Wiederbeschaffungswert des jeweiligen Kontraktes verrechnet werden.

Für Terminkontrakte und gekaufte Optionen gelten pro Basiswert folgende Add-ons (in Prozenten):

	< 1 Jahr Restlaufzeit	**1-5 Jahre Restlaufzeit**	**> 5 Jahre Restlaufzeit**
Zinsen	0.0	0.5	1.5
Devisen und Gold	1.0	5.0	7.5
Aktien	6.0	8.0	10.0
Aktienindizes	4.0	5.0	7.5
Edelmetalle	7.0	8.0	10.0
übrige Rohstoffe	12.0	13.0	15.0

Bei Zinskontrakten ist die Laufzeit des zugrundeliegenden Basiswertes, bei den übrigen Instrumenten die Laufzeit des Kontraktes massgebend.

4.2.4.2. Ursprungrisikomethode

Bei der Ursprungsrisikomethode ergibt sich das massgebende Exposure aus der Multiplikation *des Nennwerts* des jeweiligen Kontrakts mit dessen Kreditumrechnungsfaktor.

Für Terminkontrakte und gekaufte Optionen gelten pro Basiswert folgende Kreditumrechnungsfaktoren (in Prozent):

	Urpsrungslaufzeit: 1. Jahr	**für jedes angebrochene weitere Jahr**
Zinsen	1.0	2.0 p.a
Devisen und Gold	4.0	6.0 p.a.
Aktien	12.0	9.0 p.a.
Aktienindizes	8.0	6.0 p.a.
Edelmetalle	14.0	10.0 p.a.
übrige Rohstoffe	24.0	18.0 p.a.

4.2.4.3. Berechnungsgrundlage

Add-ons und Kreditumrechnungsfaktoren werden auf folgender Basis berechnet:

- bei Instrumenten wie Forward Rate Agreements, Zinsswaps und ähnlichen vom Nennwert des Kontraktes oder vom Barwert der Forderungsseite bestehend aus Nennwert und Zinsen;
- bei Währungsswaps aufgrund des Nennwertes der Forderungsseite, d.h. der für die Bestimmung der eingehenden Zinszahlungen massgebenden Berechnungsbasis, oder vom Barwert der Forderungsseite bestehend aus Nennwert und Zinsen;
- bei Aktienindexswaps, Edelmetallswaps, Buntmetallswaps und Warenswaps aufgrund des vereinbarten nominellen Entgeltes oder - sofern kein nominelles Entgelt vorhanden ist - aufgrund der Berechnungsbasis "Menge X Fixpreis" oder vom Marktwert des Lieferanspruches beziehungsweise vom Barwert der Forderungsseite bestehend aus Nennwert und Zinsen;
- bei den übrigen Termingeschäften vom Marktwert der Geldforderung bzw. des Lieferanspruches;
- bei Optionen analog wie bei den übrigen Termingeschäften, jedoch mit entsprechender Deltagewichtung.

4.2.4.4. Ausnahmen

Auf ein Add-on kann verzichtet werden bei:

- Kontrakten mit einer ursprünglichen Laufzeit von höchstens 14 Kalendertagen;
- *Kontrakten, die an einer anerkannten Börse gehandelt werden*, an welcher sie, mit Ausnahme von gekauften Optionen, *einer täglichen Margennachschusspflicht unterliegen*;
- ausserbörslich gehandelten Kontrakten, welche sämtliche der folgenden Bedingungen erfüllen:
- die Kontrakte werden an einem repräsentativen Markt gehandelt;
- die Geschäfte werden auf gedeckter Basis getätigt; die Deckung besteht aus Bareinlagen oder verpfändeten oder mindestens gleichwertig sichergestellten handelbaren Effekten, Edelmetallen und Waren;
- die Kontrakte und die Deckung werden täglich zu Marktkursen bewertet und unterliegen einem täglichen Margenausgleich.

4.2.4.5. Netting-Agreements

Gesellschaften, die die Marktbewertungsmethode anwenden, können positive Wiederbeschaffungswerte und sämtliche Add-ons einerseits und negative Wiederbeschaffungswerte andererseits aus Terminkontrakten und Optionen mit derselben Gegenpartei aufrechnen, sofern mit dieser Gegenpartei eine bilaterale Vereinbarung besteht, welche nach den folgenden Rechtsordnungen nachweislich anerkannt und durchsetzbar ist:

- dem Recht des Staates, in dem die Gegenpartei ihren Sitz hat, und, wenn eine ausländische Zweigniederlassung eines Unternehmens beteiligt ist, zusätzlich nach dem Recht des Sitzes der Zweigniederlassung; und
- dem Recht, das für die einzelnen einbezogenen Geschäfte massgeblich ist; und
- dem Recht, dem die Vereinbarungen unterliegen, welche erforderlich sind, um die Aufrechnung zu bewirken.

Die Aufrechnung ist in folgenden Fällen zulässig:

- für alle einbezogenen Geschäfte in einer Aufrechnungsvereinbarung, wonach die Bank bei Ausfall der Gegenpartei aufgrund von Zahlungsunfähigkeit, Konkurs, Liquidation oder ähnlichen Umständen nur das Recht auf Erhalt beziehungsweise nur die Verpflichtung zur Zahlung der Differenz der nicht realisierten Gewinne und Verluste aus den einbezogenen Geschäften hat (Closeout-Netting); oder
- für alle am selben Tag fälligen gegenseitigen Forderungen und Verpflichtungen in derselben Währung, welche durch einen Schuldumwandlungsvertrag zwischen der Bank und der Gegenpartei so zusammengefasst werden, dass diese Schuldumwandlung einen einzigen Nettobetrag ergibt und somit einen rechtsverbindlichen neuen Vertrag schafft, der die früheren Verträge erlöschen lässt (Netting-by-Novation); oder

- für glattgestellte Geschäfte, sofern eine Vereinbarung zur Zahlungsaufrechnung (Payment-Netting) besteht, wonach am Tage der Fälligkeit die gegenseitigen Zahlungsverpflichtungen pro Währung auf Saldobasis ermittelt und nur dieser Saldobetrag bezahlt wird.

Die Aufrechnung ist unzulässig, wenn die Vereinbarung eine Bestimmung enthält, welche der nicht säumigen Partei erlaubt, nur beschränkte oder gar keine Zahlungen an die säumige Partei zu leisten, auch wenn letztere per Saldo eine Gläubigerin ist (Ausstiegsklausel; Walk-away-clause).

4.2.5. Eventualverpflichtungen

Bei Eventualverpflichtungen und unwiderruflichen Zusagen wird das massgebende Exposure berechnet, indem der Nominalwert oder der Barwert des jeweiligen Geschäfts mit dessen Kreditumrechnungsfaktor multipliziert wird.

Es gelten folgende Kreditumrechnungsfaktoren:

Faktor	Instrumente
0.5	• Gewährleistungen wie Bietungsgarantien (bid bonds), Lieferungs- und Ausführungsgarantien (performance bonds) einschliesslich Bauhandwerkerbürgschaften, welche nicht mit dem Faktor 0.25 zu gewichten sind; • Übrige Gewährleistungen, wie Aval-, Bürgschafts- und Garantieverpflichtungen sowie übrige Verpflichtungen aus Akkreditiven (standby letters of credit), die nicht zur Abdeckung des Delkredererisikos dienen; • Nicht in Anspruch genommene, ungedeckte unwiderrufliche Kreditzusagen einschliesslich note issuance facilities, revolving underwriting facilities und ähnliche Instrumente mit fester Verpflichtung von über einem Jahr Restlaufzeit; • Leistungsbezogene Anzahlungsgarantien;
1.0	• Aval-, Bürgschafts- und Garantieverpflichtungen sowie unwiderrufliche Kreditsicherungsgarantien mittels Akkreditiv (standby letters of credit) zur Abdeckung des Delkredererisikos;
1.25	• Einzahlungs- und Nachschussverpflichtungen auf nicht unter Beteiligungen bilanzierten Aktien und anderen Beteiligungstiteln;
2.5	• Einzahlungs- und Nachschussverpflichtungen auf Aktien und anderen Beteiligungstiteln, wenn es sich um nicht zu konsolidierende Beteiligungen handelt;
6.25	• Einzahlungs- und Nachschussverpflichtungen auf Aktien und anderen Beteiligungstiteln, wenn es sich um zu konsolidierende Beteiligungen handelt.

Eventualverpflichtungen, an denen die Versicherung Unterbeteiligungen abgegeben hat, können im Umfang der Unterbeteiligung wie direkte Forderungen gegenüber den jeweiligen Unterbeteiligten gewichtet werden.

4.3. Das Standardmodell für die Lebensversicherung

Das Zielkapital wird wie folgt berechnet:

- Bestimmung des Zielkapitals für "Normaljahre". Hierzu wird ein der Varianz/Kovarianz Ansatz gewählt, bei dem angenommen wird, dass die Änderungen der Risikofaktoren multivariat normalverteilt sind. Mit dieser Annahme kann der Expected shortfall explizit berechnet werden.
- Aggregation durch Extremszenarien. Die Quantifizierung des unter Punkt 1. berechneten Zielkapitals wird ergänzt durch den Einbezug von Extremszenarien. Extremszenarien sollen Ereignisse abdecken, die ausserhalb des $(1-\alpha)$-Quantils der Verteilung der Normaljahre liegen.

Die Aggregation durch Extremszenarien wird in einem folgenden Kapitel beschrieben.

4.3.1. Integration der Marktrisikofaktoren

Die Integration der Marktrisikofaktoren geschieht über die Korrelationsmatrix *R* des Vektors $X(t) = \left(X^1(t), X^2(t), \ldots, X^d(t)\right)$ der Risikofaktoren. Der Vektor $X(t)$ lässt sich schreiben als $X(t) = \left(X_A(t), X_B(t)\right)$, wobei $X_A(t)$ die Änderungen der Marktrisikofaktoren bezeichnen und $X_B(t)$ die Änderung der versicherungstechnischen Risikofaktoren.

Sei A die Korrelationsmatrix des Vektors $X_A(t)$ und B die Korrelationsmatrix des Vektors $X_B(t)$.

Die Korrelationsmatrix *R* des Vektors $X(t)$ hat dann folgende Struktur:

$$R = \begin{bmatrix} A & C \\ C & B \end{bmatrix}$$

wobei C die Korrelation der Markt- zu den versicherungstechnischen Risikofaktoren beschreibt. Im Testlauf 2005 werden diese Korrelationen auf 0 gesetzt.

Ausgeschrieben sieht die Matrix R wie folgt aus:

$$
\begin{array}{rl}
 & \begin{array}{cccccccccc} \text{Zins 1 Jahr} & \text{Zins 2 Jahre} & & & & \text{Spread Änderung} & \text{Sterblichkeit} & & & \text{Kosten} \end{array} \\
\begin{array}{r}
\text{Zins 1 Jahr} \\ \text{Zins 2 Jahre} \\ \\ \\ \\ \\ \text{Spread Änderung} \\ \text{Sterblichkeit} \\ \\ \\ \\ \text{Kosten}
\end{array}
&
\begin{bmatrix}
1 & a_{12} & a_{13} & & \cdots & a_{1m} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
a_{21} & 1 & a_{23} & a_{24} & \cdots & a_{2m} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
a_{31} & a_{32} & 1 & a_{34} & \cdots & a_{3m} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & & \ddots & & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
\vdots & & & & & & & & & \\
\vdots & & & & \ddots & \vdots & & & & \\
a_{m1} & a_{m2} & \cdots & & a_{m,m-1} & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & \cdots & & & \cdots & 0 & 1 & b_{12} & b_{13} \cdots & b_{1n} \\
0 & \cdots & & & & 0 & b_{21} & 1 & b_{23} \cdots & b_{2n} \\
\vdots & \cdots & & & & \vdots & \vdots & \ddots & & \\
\vdots & \cdots & & & & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\
0 & \cdots & & & & 0 & b_{n1} & & \cdots & 1
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Die Korrelationsmatrix R sowie die Volatilitäten der Risikofaktoren (Auslenkungen) werden vom Aufsichtsamt vorgegeben. Es dürfen aber auch gesellschaftsspezifische Abhängigkeiten verwendet werden, sofern sie vom Regulator genehmigt worden sind.

4.3.2. Parameter für versicherungstechnische Risiken

Es werden folgende versicherungstechnische Risikofaktoren für das CH Geschäft vorgegeben:

- Mortalität
- Langlebigkeitsparameter
- Invalidisierungsrate
- Reaktivierungsrate
- Stornorate
- Optionsausübungswahrscheinlichkeit

Diese Risikofaktoren warden jeweils getrennt nach Einzel- und BVG Geschäft. Total sind es also 12 Risikofaktoren.

Risikofaktor	Symbol	Source	Sensititivität
Mortalität	q_x^E , q_x^K	Rohwerte (evt. ausgeglichen)	$0.9\cdot q_x$, $0.9\cdot q_x$
Langlebigkeit	λ_x^E , λ_x^K	best-estimate VU	$0.9\cdot \lambda_x$, $0.9\cdot \lambda_x$
Invalidisierung	i_x^E , i_x^K	Rohwerte (evt. ausgeglichen)	$1.1\cdot i_{x,}$, $0.9\cdot i_{x,}$
Reaktivierung	r_x^E , r_x^K	Rohwerte (evt. ausgeglichen	$0.9\cdot r_x$, $1.1\cdot i_{x,}$
Storno	l_x^E , l_x^K	best-estimate VU	$0.9\cdot l_x$, $1.1\cdot l_x$
Optionsausübungs-wahrscheinlichkeit	η^E, η^K	best-estimate VU	$0.9\cdot \eta$, $1.1\cdot \eta$

Bemerkung 1: Der Superskript E bedeutet, dass sich der Parameter auf das Einzelgeschäft bezieht, der Superskript K bezieht sich auf das Kollektivgeschäft.

Bemerkung 2: Falls ein Versicherer für Auslandsgeschäft ebenfalls die SST-Standardmethodik verwendet, so sind die Parameter entsprechend der Situation anzupassen.

Bei den best-estimate Schätzungen ist darauf zu achten, dass die Schätzwerte von 2. Ordnung sind, also keine Zuschläge irgendwelcher Art beinhalten.

Die Korrelationsmatrix B sieht wie folgt aus:

	BVG						Kollektiv					
	Sterblich-keit q_x	Langlebig-keit lambda_x	Invalidität i_x	Reakti-vierungsrate	Storno	Options-ausübung	Sterblich-keit q_x	Langlebig-keit lambda_x	Invalidität i_x	Reakti-vierungsrate	Storno	Options-ausübung
Sterblichkeit (q)	**1**	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Langlebigkeit (lambda)	0	**1**	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Invalidität	0	0	**1**	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Reaktivierungsrate	0	0	0	**1**	0	0	0	0	0	1	0	0
Storno	0	0	0	0	**1**	0.75	0	0	0	0	1	0.5
Optionsausübung	0	0	0	0	0.75	**1**	0	0	0	0	0.5	1
Sterblichkeit (q)	1	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0	0	0
Langlebigkeit (lambda)	0	1	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0	0
Invalidität	0	0	1	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0
Reaktivierungsrate	0	0	0	1	0	0	0	0	0	**1**	0	0
Storno	0	0	0	0	1	0.5	0	0	0	0	**1**	0.75

Der IAA Risikoklassifikation folgend wird zwischen Parameter- und Zufalssrisiko unterschieden. Das Parameterrisiko rührt von der Unsicherheit der Bestimmung sowie der systematischen Aenderung der Parameter (z.B. der Sterblichkeit, der Invalidiät etc.) her. Das Zufallsrisiko kommt von der Stochastizität der Realisierung der Zufallsvariabeln (z.B. der Anzahl Toten, der Anzahl Invalidisierungen etc.). Für mittlere und grosse Versicherer dominiert in den meisten Fällen das Parameterrisiko, für kleinere Lebensversicherer welche viel Risikogeschäft schreiben kann aber auch das Zufallsrisiko relevant sein.

Im folgenden wird auf das Parameter- und das Zufallsrisiko eingegangen. Wir nehmen an, dass die Aenderung des risikotragenden Kapitals bezueglich den einzelnen Risikofaktoren gemeinsam Normalverteilt ist. Die totale Aenderung welche vom Parameterrisiko herrührt ist dann wieder Normalverteilt. Wir nehmen ebenfalls an, dass die Aenderung, welche vom Zufallsrisiko herrührt, Normalverteilt ist mit Erwartungswert 0 ist und unabhängig zum Parameterrisiko ist. Dies ist eine Vereinfachung, erlaubt jedoch eine einfache Aggregation des Parameter- und Zufallsrisikos durch einfache Addition der Varianzen.

Der Zeithorizont des SST ist 1 Jahr und darauf beziehen sich sowohl das Parameter- als auch das Zufallsrisiko. Fuer das Zufallsrisiko ist die Zufälligkeit während eines Jahres relevant, d.h. Schäden, welche sich während des Folgejahres ereignen. Für das Parameterrisiko sind ebenfalls die möglichen Aenderungen der Risikofaktoren während eines Jahres relevant. Diese Aenderungen koennen sich z.B. aus einer Neubeurteilung der Sterblichkeit ergeben, aus einer systematischen Änderung der Invalidisierungsrate oder einer Aenderung der Optionsausübungsverhaltens der Versicherten ergeben. In allen Fällen nehmen wir an, dass diese Aenderungen zu einer Neubeurteilung der Best-Estimate Parameter führen. Dies bedeutet, dass die Berechnungen mit den ausgelenkten Parametern durchgeführt werden muessen. Eine Auslenkung der Sterblichkeit um 10% bedeutet also, dass die Sterblichkeit bis zum Auslauf der Verpflichtungen um 10% erhöht ist.

4.3.2.1. Das Parameterrisiko

Das Parameterrisiko der versicherungstechnischen Risiken für das Schweizergeschäft wird definiert durch die folgenden Standardabweichungen:

	Volatilität	
Risikofaktor	**Einzel**	**Kollektiv**
Mortalität	5%	5%
Langlebigkeit	10%	10%
Invalidisierung	10%	20%
Reaktivierung	10%	10%
Storno	25%	25%
Optionsausübungs-wahrscheinlichkeit	20%	20%

Die Varianz, welche sich nur aus dem Parameterrisiko der Versicherungstechnischen Parameter ergibt, kann wie folgt berechnet werden:

Die Sensitivitäten bezueglich der Risikofaktoren werden bestimmt und mit den Auslenkungen normiert. Dies führt zu einem Sensititivitätsvektor s_B, in diesem Fall einen 1*12 Vektor $s_B=(s_B^{BVG}, s_B^{E})$.

Sei v_B der Vektor der Volatilitäten der Risikofaktoren

$$v_B=0.01*(5,10,10,10,25,20,5,10,20,10,25,20)^T$$

Dann ist die Varianz var_{Para} gegeben durch:

$$var_{Para} = s_B*(B\bullet(v_B*v_B^T))*s_B^T$$

wobei • das Hadamard (punktweise Matrixmultiplikation) symbolisiert.

4.3.2.2. Das Zufallsrisiko

Die Anzahl ‚Schaeden' N werden, basierend auf historischen Daten, geschätzt.
Ebenfalls auf historischen Daten wir die Schadenverteilung FX (gegeben, dass ein Schaden eingetreten ist) geschätzt. Wir nennen X die zufällige Hoehe eines Schadens.

Wir nehmen an, dass die Anzahl Schaeden Poisson-verteilt ist mit Intensitiaet E[N]. Dann hat die Jahres-Gesamtschadenverteilung Y eine Varianz von

$$Var[Y] = E[N]*E[X*X]$$

wobei das 2. Moment von X ebenfalls aus historischen Daten geschätzt werden kann.

Wir nehmen weiterhin an, dass das Zufallsrisiko einen Mittelwert von 0 hat und dass die Gesamtschadenverteilung normalverteilt ist, d.h. dass es genuegt, die Varianz zu kennen. Dies ist natürlich nicht konsistent mit unserer Annhahme, dass Y Compound-Poisson ist, allerdings wird der Fehler, den man dabei macht kompensiert mit der resultierenden Einfachheit, mit der das Zufallsrisiko mit dem Parameterrisiko aggregiert werden kann. Falls ein Versicherer diese Approximation nicht machen will, kann man die ‚korrekte' Verteilung z.B. mit Hilfe Panjer Rekursion erhalten. Die Aggregation zum Parameterrisiko muss dann allerdings mit Hilfer einer Faltung durchgeführt werden.

Für die Schätzung der Anzahl Schäden hat der Versicherer das Wachstum (postiv oder negativ) des Geschäfts einzubeziehen, wobei der Schätzer von N geeignet zu skalieren ist. Dies würde beispielsweise bedeuten, dass wenn das Geschäft wachst, die Anzahl Schäden im Folgejahr geeignet aus den historischen Daten extrapoliert werden muss.

Als Schaden definiert man:

- Abgängen (d.h. Risikosummen) wegen Tod oder Invalidität
- Abgänge (d.h. Risikosummen) wegen Verzichts, Aufhebung, Rückkaufs, Reduktion oder Umwandlung

Nicht als Schaden ist eine Neubeurteilung der Rückstellungen zu betrachten, da dies schon durch das Parameterrisiko abgedeckt ist.

Auch kein Schaden ist ein Abgang wegen Vertragsende, da dies kein zufälliges Ereignisse ist.

Als Hoehe eines Schadens ist der effektiven Schaden zu verwenden. Man kann dabei annehmen, dass .z.B. im Falle einer Invalidisierung oder Rentenzahlung die Schadenhöhe deterministisch ist.

Die Varianz von Y (var_{stoch}) ist zur Varianz des Parameterrisikos zu addiert, d.h. man nimmt an, dass das Zufallsrisiko unkorreliert ist zu dem Parameterrisiko.

Die Gesamtvarianz welche vom Parameter- und Zufallsrisiko herrührt – $var_{versich}$ - ist dann gegeben durch:

$$var_{versich}=var_{para}+var_{stoch}$$

4.4. Das Standardmodell für die Schaden- und Unfallversicherung

Der Abschnitt 4.4 erläutert das Standardmodell für Schaden- und Unfallversicherer. Zunächst werden im Abschnitt 4.4.1 weitere Notationen eingeführt und danach (Abschnitt 4.4.2) einige Grundannahmen erläutert. Der Abschnitt 4.4.3 ist der Aufteilung des Geschäftes in einzelne Branchen (Lines of Business) gewidmet.

Anschliessend wird in den Abschnitten 4.4.4 und 4.4.5 untersucht, was die Definition des Zielkapitals in (2b)

$$ZK_\alpha = -ES_\alpha\left(\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0)\right) + \frac{MvM(1)}{1+r_1^{(0)}}.$$

für einen Schaden- und Unfallversicherer bedeutet. Der Term $\frac{MvM(1)}{1+r_0}$ wird allerdings erst im Kapitel 6 beschrieben, so dass wir uns hier den ersten Term $ES_\alpha\left(\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0)\right)$ beschränken.

Das Ziel ist es somit zunächst, eine Verteilung für $\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0)$ zu finden, für die dann der Expected Shortfall zum Sicherheitsniveau 1-α berechnet werden kann. Da das risikotragende Kapital definiert ist als die Differenz

$$RTK(t) = A(t) - L(t)$$

zwischen dem Marktwert aller Assets und dem diskontierten Best Estimate Wert der Liabilities, gilt:

$$\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0) = \left(\frac{A(1)}{1+r_1^{(0)}} - A(0)\right) - \left(\frac{L(1)}{1+r_1^{(0)}} - L(0)\right). \tag{4}$$

Dieser Ausdruck wird in den üblichen Parametern und Variablen der Schaden- und Unfallversicherung ausgedrückt.

In den Abschnitten 4.4.6 bis 4.4.11 wird darauf eingegangen, wie die Verteilungsfunktionen für die auftretenden stochastischen versicherungstechnischen Variablen gewonnen werden können. Dabei geht es um den Schadenaufwand und die Rückstellungen.

4.4.1. Notationen für Nichtlebensversicherer

Schadendatum	Datum, welches einem Schaden zugeordnet wird. In den meisten Branchen handelt es sich dabei um das Eintrittsdatum des Schadens. Ausnahmen davon sind Branchen, in denen „Claims made“-Policen üblich sind. In diesem Fall ist das Schadendatum das Meldedatum des Schadens.
CY	Abkürzung für „Current Year“, das heisst das Kalenderjahr, in dem der SST durchgeführt wird.
CY-Schäden, Neuschäden	Schäden, deren Schadendatum im CY liegt. Aus Sicht des 1. Januars des CY liegen diese Schäden in der Zukunft und werden deshalb als Neuschäden bezeichnet.
PY	Abkürzung für „Previous Years“. Das sind die Jahre, welche vor dem Jahr liegen, in dem der SST durchgeführt wird.

PY-Schäden	Schäden, deren Schadendatum in den PY liegt.
t_0	Beginn des CY
t_1	Ende des CY
upr	Unearned Premium Reserve am 1. Januar des CY, Eingangsprämienübertrag
P	Schätzwert im Zeitpunkt t_0 für die im CY verdiente Prämie (deterministische Grösse)
K	Schätzwert im Zeitpunkt t_0 für Verwaltungs- und Betriebskosten im CY (deterministisch)
S_{CY}	Zufallsvariable für den undiskontierten Schadenaufwand des CY
S_{CY}^{GS}	Beitrag der Grossschäden an S_{CY}.
S_{CY}^{NS}	Beitrag der Normalschäden (Kleinschäden) an S_{CY}.
$(\alpha_k)_{k\geq 0}$	Zahlungsmuster für die CY-Schäden, normiert auf $\sum_{k\geq 0}\alpha_k = 1$. Per Konvention wird angenommen, dass Schadenzahlungen jeweils an den Enden der Jahre erfolgen. Der Index $k = 0,1,2,...$ nummeriert das Auszahlungsjahr. Die Auszahlung am Ende des CY ist also durch $\alpha_0 S_{CY}$ gegeben.
$R_{py}^{(0)}$	Best Estimate (bestmögliche Schätzung) der Schadenrückstellungen am 1. Januar des CY für PY-Schäden.
$(\beta_k)_{k\geq 0}$	Zahlungsmuster für die PY-Schäden, normiert auf $\sum_{k\geq 0}\beta_k = 1$, k bezeichnet das Auszahlungsjahr. Wobei sich $k = 0$ auf das aktuelle Jahr bezieht.
$C_{py} \times R_{py}^{(0)}$	Neubeurteilung des Aufwandes $R_{py}^{(0)}$ am 31. Dezember des CY, d.h. Neubeurteilung der Zahlung im Jahr CY und der Ausgangsrückstellungen der PY-Schäden am 31.12. des CY. C_{py} hat die Rolle eines stochastischen Korrekturfaktors. $(1 - C_{PY})R_{PY}^{(0)}$ ist folglich das undiskontierte Abwicklungsergebnis.
D und d	Diskontfaktoren für Schäden, definiert als Verhältnis des diskontierten Wertes zum nominellen Wert einer betrachteten Menge von Schäden.
$D_{PY}^{(1)}$	Zufallsvariable für den Diskontfaktor zum 31.12.CY für die PY Schäden, definiert durch $$D_{PY}^{(1)} = V_0^{(1)} \cdot \beta_0 + V_1^{(1)} \cdot \beta_1 + ... + V_n^{(1)} \cdot \beta_n .$$ Der Diskontfaktor hängt von der (aus Sicht vom 1.1.CY unsicheren) Zinskurve am 31.12.CY und dem Zahlungsmuster für PY-Schäden ab.
$D_{CY}^{(1)}$	Zufallsvariable für den Diskontfaktor zum 31.12.CY für die CY Schäden, definiert durch $$D_{CY}^{(1)} = V_0^{(1)} \cdot \alpha_0 + V_1^{(1)} \cdot \alpha_1 + ... + V_n^{(1)} \cdot \alpha_n .$$ Der Diskontfaktor hängt von der (aus Sicht vom 01.01.CY unsicheren) Zinskurve am 31.12.CY und dem Zahlungsmuster für CY-Schäden ab.

$d_{CY}^{(0)}$	Diskontfaktor zum 01.01.CY mit Zinskurve vom 01.01.CY (für CY-Schäden), definiert durch $$d_{CY}{}^{(0)} = v_1{}^{(0)} \cdot \alpha_0 + v_2{}^{(0)} \cdot \alpha_1 + ... + v_{n+1}{}^{(0)} \cdot \alpha_n .$$
$d_{PY}^{(0)}$	Diskontfaktor zum 01.01.CY mit Zinskurve vom 01.01.CY (für PY-Schäden) , definiert durch $$d_{PY}{}^{(0)} = v_1{}^{(0)} \cdot \beta_0 + v_2{}^{(0)} \cdot \beta_1 + ... + v_{n+1}{}^{(0)} \cdot \beta_n .$$
α	hat mehrere Bedeutungen. Bezeichnet erstens das Quantilniveau für den SST, üblicherweise mit dem Wert 1%. Zweitens wurde weiter oben α als Symbol für Auszahlungsmuster für bereits eingetretene Schäden benutzt, und drittens dient α auch als Bezeichnung für die Paretoparameter der Grossschadenverteilungen benutzt.
ESP	Elementarschadenpool
BU	Betriebsunterbruch
MFH	Motorfahrzeughaftpflicht
MFK	Motorfahrzeugkasko

4.4.2. Grundlegene Annahmen

Das Standardmodell des SST für Nichtlebensversicherer geht von folgenden grundlegenden Annahmen aus:

- Risiko entsteht aus den Unsicherheiten:
  1. in den Anlagen (Wertveränderungen und Ausfall) und in der zukünftigen Zinskurve mit gleichzeitiger Auswirkungen auf Aktiven wie Passiven,
  2. im Schadenaufwand der Neuschäden (CY-Schäden) und
  3. in der Höhe der Schadenrückstellungen.
- Als deterministisch werden betrachtet:
  1. die verdienten Prämien P für das aktuelle Jahr (CY),
  2. die Betriebs- und Verwaltungskosten K,
  3. die Abwicklungsmuster $(\alpha_k)_{k\geq 0}$ und $(\beta_k)_{k\geq 0}$ für CY- beziehunsweise PY-Schäden.

     (Als stochastisch wird nur die Höhe, nicht aber die Abwicklungsgeschwindigkeit der Rückstellungen betrachtet.)
- Die Zufälligkeit der zukünftigen Zinsen ist unabhängig von den versicherungstechnischen Variablen wie Schadenhöhe oder nominelle Schadenrückstellungen.
- Die undiskontierten Schadenrückstellungen für Vorjahresschäden sind dergestalt, dass im Erwartungswert weder ein Abwicklungsgewinn noch ein Abwicklungsverlust entsteht. Das heisst mit anderen Worten, dass der Erwartungswert des Abwicklungsergebnisses Null ist und dass die Rückstellungen nach dem "Best Estimate" gestellt werden. Für den oben eingeführten Korrekturfaktor bedeutet dies: $E[C_{PY}] = 1$.

Per Konvention fliessen Prämien und Kosten am Anfang und Schadenzahlungen am Ende des Jahres. Es wird kein Neugeschäft berücksichtig, welches nach Ende des aktuellen Jahres entsteht. Ein allfälliger Ausgangsprämienübertrag wird deswegen nicht berücksichtigt.

Die Kosten werden unterschieden nach

- Schadenbearbeitungskosten, d.h. Kosten, welche im Zusammenhang mit der Erledigung von Schäden stehen. Begrifflich wird weiter unterteilt nach
  1. Nicht allozierbaren Schadenbearbeitungskosten. Dies sind Kosten, welche zwar im Rahmen der Schadenerledigung entstehen, die aber nicht einem einzelnen Schaden zugeordnet werden können, wie z.B. die Löhne der Sachbearbeiter, der Unterhalt der

IT-Systeme und andere Schadenverwaltungskosten. Oftmals wird dafür die Abkürzung ULAE = Unallocated loss adjustment expenses benutzt.
2. Allozierbaren Schadenbearbeitungskosten. Dabei handelt es sich um Kosten, welche einem einzelnen Schadenfall zugeordnet werden können, z.B. Gerichts- und Kosten für externe Anwälte, etc..

- Betriebs- und Verwaltungskosten K.

Für zukünftige Schadenbearbeitungskosten (ULAE und ALEA) für Schäden mit Schadendatum in der Vergangenheit muss eine Rückstellung gestellt werden. Oftmals sind ALAE-Rückstellungen bereits in den Schadenrückstellungen enthalten. In diesem Fall müssen nur noch die ULAE-Rückstellungen gesondert betrachtet werden. Eine Möglichkeit ist, dafür die "New Yorker"-Methode zu verwenden.

4.4.3. Aufteilung der Branchen (Lines of Business, LoB) im SST

Es werden dreizehn Versicherungsbranchen betrachtet, die im Anhang 8.4.1 aufgelistet sind. Während die Abwicklungsrisiken (Risiken in den Rückstellungen für PY-Schäden) gemäss dieser Branchen betrachtet werden, werden für die Behandlung der Neuschadenrisiken die Elementarschäden aus der Sachbranche ausgesondert und speziell behandelt. Die Elemementarschäden setzen sich zusammen aus den Schäden im Elementarschadenpool (ES-Pool) und den anderen Elementarschäden, zum Beispiel Betriebsunterbruchsschäden, die durch ein Elementarereignis hervorgerufen werden. Der Grund ist, dass die ES-Pool-Schäden und die anderen Elementarschäden im Grossschadenbereich eng korreliert sind. Im SST-Standardmodell werden sie sogar komonoton behandelt.

4.4.4. Trennung des Gesamtrisikos in versicherungstechnische Risiken und Finanzmarkt- und ALM-Risiken

Das Risiko eines Schadens für eine Versicherungsgesellschaft besteht sowohl aus einem Markt- als auch einem versicherungstechnische Risiko, weil der diskontierte Wert der Verpflichtungen einerseits von den Zinsen und vom andererseits vom Nominalwert des Schadens abhängt. Das Gesamtrisiko drückt sich in einer Multiplikation von Zinsrisiken und Versicherungsrisiken aus. Im Abschnitt 4.4.4 wird aufgezeigt, wie die beiden Risikoteile durch Linearisierung des mathematischen Produktes entkoppelt werden. Es muss jedoch darauf hingewiesen werden, dass mit der Linearisierung eine Vereinfachung durchgeführt wird (Taylorentwicklung 1. Ordnung des Produktes zweier unabhängiger Variablen im Punkt der Erwartungswerte der beiden Variablen).

Das Resultat ist eine Summe von Termen, von denen ein Teil mit dem Marktrisiko und ein anderer Teil mir dem versicherungstechnischen Risiko identifiziert werden kann.

4.4.4.1. CY-Schäden

Um die Behandlung der CY-Schäden einzuführen, lassen wir Rückstellungen für PY-Schäden ausser acht und nehmen an, dass wir auf der „grünen Wiese“ starten. Wir untersuchen somit in diesem Abschnitt 4.4.4.1 die Formel (4) nur für Schäden aus dem aktuellen Jahr CY.

Des weiteren starten wir mit Assets mit dem Wert A(0) zu Beginn der Berechnung.
An Liabilities für die CY-Schäden sind zu Beginn der Berechnung nur die Reserven für die Prämienüberträge vorhanden, es gilt also L(0) = upr.

Da der SST nicht Nominalwerte, sondern Barwerte betrachtet, muss im Folgenden festgelegt werden, zu welchen Zeitpunkten die Zahlungsströme fliessen. Dazu wird die Annahme getroffen, dass die verdienten Prämien P und die Verwaltungskosten K gleich zu Beginn des Jahres eingenommen werden beziehungsweise anfallen. Auf dem resultierenden Betrag $A(0)+(P-upr)-K$ wird im Laufe des Jahres ein stochastischer Return R_I erzielt.

Im Verlauf des Jahres fallen die Neuschäden (CY-Schäden) an. Ihre Summe ist gleich dem undiskontierten Jahresschadenaufwand S_{CY}.
Schliesslich werden am Ende des Jahres Schadenzahlungen für die Neuschäden ausgezahlt. Diese Schadenzahlungen betragen gemäss der Definition des Auszahlungsmusters für CY-Schäden $\alpha_0 \cdot S_{CY}$.

Der Wert der Assets beläuft sich also am Ende des Jahres auf

$$A(1) = (A(0) + (P - upr) - K)(1 + R_I) - \alpha_0 S_{CY}. \tag{5}$$

Die Liabilities am Ende des aktuellen Jahres (d.h. im Zeitpunkt t_1) bestehen aus dem Barwert der zukünftigen Schadenzahlungen ($t_2, t_3, t_4, ...$) für Schäden aus dem Ereignisjahr CY und lassen sich deshalb berechnen als

$$L(1) = (V_1^{(1)} \cdot \alpha_1 + V_2^{(1)} \cdot \alpha_2 + ... + V_n^{(1)} \cdot \alpha_n) \cdot S_{CY}. \tag{6}$$

Mit Formel (4) ergibt sich also insgesamt für die diskontierte Veränderung des RTK für das CY:

$$\frac{RTK(1)}{1 + r_1^{(0)}} - RTK(0) = \tag{7}$$

$$\frac{1}{1 + r_1^{(0)}} \left[(A(0) - upr + P - K) \cdot (1 + R_I) - D_{CY}^{(1)} \cdot S_{CY} - (1 + r_1^{(0)}) \cdot (A(0) - upr) \right].$$

Dabei ist $D_{CY}^{(1)}$ der Diskontfaktor für die CY Schäden und wurde definiert als

$$D_{CY}^{(1)} \cdot S_{CY} = (V_0^{(1)} \cdot \alpha_0 + V_1^{(1)} \cdot \alpha_1 + ... + V_n^{(1)} \cdot \alpha_n) \cdot S_{CY}. \tag{8}$$

Sowohl die Diskontfaktoren $V_j^{(1)}$ als auch der Schadenaufwand S_{CY} sind stochastische Grössen. Wir haben es hier also mit einem Produkt von Zufallsvariablen zu tun, wobei die erste mit dem ALM-Risiko, die zweite aber mit dem reinen Versicherungsrisiko zusammenhängt. Um die beiden Risikobeiträge zu trennen, führen wir die folgende Linearisierung von Formel (8) durch:

$$D_{CY}^{(1)} \cdot S_{CY} \approx \tag{9}$$

$$E[D_{CY}^{(1)}] \cdot E[S_{CY}] + \left(D_{CY}^{(1)} - E[D_{CY}^{(1)}] \right) \cdot E[S_{CY}] + E[D_{CY}^{(1)}] \cdot \left(S_{CY} - E[S_{CY}] \right).$$

Der erste Term ist das Produkt von erwartetem Diskonteffekt und erwartetem Schadenaufwand. Der zweite Term beschreibt die Auswirkung der Zinsunsicherheit auf den erwarteten Schadenaufwand, und der dritte Term beschreibt die Variabilität des Schadenaufwandes bei festem, erwartetem Diskontfaktor (d.h. gegebenen Zinsen). Formel (7) lässt sich damit weiter umformen zu

$$\frac{RTK(1)}{1 + r_1^{(0)}} - RTK(0) \approx$$

$$\frac{1}{1 + r_1^{(0)}} \Big((R_I - E[R_I]) \cdot (A(0) - upr + P - K) - \left(D_{CY}^{(1)} - E\left[D_{CY}^{(1)}\right] \right) \cdot E[S_{CY}]$$

$$+ \left(E[R_I] - r_1^{(0)} \right) \cdot (A(0) - upr + P - K) + r_1^{(0)} \cdot (P - K) \tag{10}$$

$$+(P-K)-E[D_{CY}^{(1)}]\cdot E[S_{CY}]$$

$$-E[D_{CY}^{(1)}]\cdot\left(S_{CY}-E[S_{CY}]\right)..$$

Diese Formel lässt sich wie folgt interpretieren:
Die Veränderung des diskontierten RTK für die CY-Schäden setzt sich zusammen aus dem Finanz und dem ALM-Risiko (Zeile 1), den erwarteten Kapitalerträgen auf den Assets (Zeile 2), dem erwarteten versicherungstechnischen Ergebnis (Zeile 3) und dem versicherungstechnischen Risiko (Zeile 4).

4.4.4.2. PY-Schäden

Wir betrachten Formel (4) für Schäden aus den Ereignisjahren vor dem CY.

Der Best Estimate (nominelle Wert) der Rückstellungen am Zeitpunkt t_0 sei mit $R_{PY}^{(0)}$ bezeichnet. Der diskontierte Wert ist

$$L_{PY}^{(0)}=\sum_{j=0} v_{i+1}^{(0)}\beta_i R_{PY}^{(0)}=d_{PY}^{(0)}R_{PY}^{(0)} \tag{11}$$

wobei $d_{PY}^{(0)}$ der durch die obige Gleichung definierte Diskontfaktor ist.
Der Wert der Assets zum Zeitpunkt t_0 sei $A(0)$.
Aufgrund von Informationsgewinnen während des Jahres ergibt sich eine Korrektur im Best Estimate. Kurz bevor die Zahlung am Ende des Jahres erfolgt, ist die Schätzung der zukünftigen Zahlungen um den Faktor C_{PY} korrigiert worden. Die neue Schätzung ist somit $C_{PY}\cdot R_{PY}^{(0)}$.
Die Ende des Jahres (Zeitpunkt t_1) erfolgende Zahlung ist $\beta_0\cdot C_{PY}R_{PY}^{(0)}$, und die zukünftigen Zahlungen werden entsprechend $\beta i\cdot C_{PY}R_{PY}^{(0)},\ i=1,2,3,...$ sein.
Daraus folgt für den diskontierten Best Estimate zum Zeitpunkt t_1 (nach der Zahlung):

$$L_{PY}^{(1)}=\sum_{i=1} V_i^{(1)}\cdot\beta_i\cdot C_{PY}R_{PY}^{(0)} \tag{12}$$

Am Ende des Jahres ist der nominale Wert der Assets um den Wert der Zahlung, $\beta_0\cdot C_{PY}R_{PY}^{(0)}$, gesunken. Einsetzen in Formel (4) liefert also

$$\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}}-RTK(0)=-\frac{\beta_0\cdot C_{PY}R_{PY}^{(0)}+\sum_{i=1} V_i^{(1)}\cdot\beta_i\cdot C_{PY}R_{PY}^{(0)}}{1+r_1^{(0)}}+d_{PY}^{(0)}R_{PY}^{(0)} \tag{13}$$

Den Zähler des ersten Termes schreiben wir um zu

$$\sum_{j=0} V_i^{(1)}\cdot\beta_i\cdot C_{PY}R_{PY}^{(0)}=D_{PY}^{(1)}\cdot C_{PY}R_{PY}^{(0)} \tag{14}$$

Wie bei den CY Schäden ergibt sich, dass das Risiko der Rückstellungen aus einem Produkt von Zinsrisiko (ausgedrückt durch den Diskontfaktor $D_{PY}^{(1)}$) und durch die Änderung der nominellen Rückstellungen (ausgedrückt durch den Korrekturfaktor C_{PY}) besteht. Wie bei den CY-Risiken lässt sich dieses Produkt linearisieren:

$$D_{PY}^{(1)} \cdot C_{PY} \approx E[D_{PY}^{(1)}] \cdot E[C_{PY}] + E[D_{PY}^{(1)}] \cdot (C_{PY} - E[C_{PY}]) + (D_{PY}^{(1)} - E[D_{PY}^{(1)}]) \cdot E[C_{PY}]$$
$$= E[D_{PY}^{(1)}] + E[D_{PY}^{(1)}] \cdot (C_{PY} - 1) + D_{PY}^{(1)} - E[D_{PY}^{(1)}] \qquad (15)$$
$$= E[D_{PY}^{(1)}] \cdot (C_{PY} - 1) + D_{PY}^{(1)}$$

wobei wir von $E[C_{PY}] = 1$ Gebrauch gemacht haben.
Einsetzen ergibt

$$\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0) \approx -\frac{D_{PY}^{(1)} R_{PY}^{(0)} + E[D_{PY}^{(1)}](C_{PY} - 1) R_{PY}^{(0)}}{1+r_1^{(0)}} + d_{PY}^{(0)} R_{PY}^{(0)}$$
$$= -\frac{D_{PY}^{(1)} - E[D_{PY}^{(1)}]}{1+r_1^{(0)}} R_{PY}^{(0)} - \left(\frac{E\left[D_{PY}^{(1)}\right]}{1+r_1^{(0)}} C_{PY} - d_{PY}^{(0)} \right) R_{PY}^{(0)} \qquad (16)$$

Der erste Term auf der rechten Seite beschreibt das Zinsrisiko, der zweite Term ist das Risiko der Veränderung der nominellen Höhe der Rückstellungen.

4.4.4.3. PY und CY Schäden

Führen wir die Resultate für CY- und PY-Schäden zusammen, so
erhalten wir die folgende zentrale Formel (17a):

$$\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0) \approx$$

$$\frac{R_I - E[R_I]}{1+r_1^{(0)}} \cdot (A(0) + (P - UPR) - K) - \frac{D_{CY}^{(1)} - E[D_{CY}^{(1)}]}{1+r_1^{(0)}} \cdot E[S_{CY}] - \frac{D_{PY}^{(1)} - E[D_{PY}^{(1)}]}{1+r_1^{(0)}} \cdot R_{PY}^{(0)}$$

$$+ \frac{E\left[R_I\right] - r_1^{(0)}}{1+r_1^{(0)}} \cdot (A(0) + (P - UPR) - K) \qquad (17a)$$

$$+ (P - K) - \frac{E\left[D_{CY}^{(1)}\right]}{1+r_1^{(0)}} \cdot E\left[S_{CY}\right]$$

$$- \frac{E\left[D_{CY}^{(1)}\right]}{1+r_1^{(0)}} \cdot \left(S_{CY} - E\left[S_{CY}\right]\right) - \left(\frac{E\left[D_{PY}^{(1)}\right]}{1+r_1^{(0)}} \cdot C_{PY} - d_{PY}^{(0)} \right) \cdot R_{PY}^{(0)}.$$

Die vier Zeilen, welche die rechte Seite der Gleichung (17) bilden, haben die folgenden Bedeutung und Interpretation:

- Die erste Zeile enthält Zufallsgrössen, welche das Finanzmarkt- und ALM-Risiko (Marktrisiko) wiedergeben. Die in dieser Zeile unsicheren Grössen sind der Return R_I und die Diskontfaktoren $D_{CY}^{(1)}$ und $D_{PY}^{(1)}$. Diese treten nur als Differenz zu ihren Erwartungswerten ($E[R_I]$, $E[D_{CY}^{(1)}]$, $E[D_{PY}^{(1)}]$) auf. Das ALM-Risiko wird mit einer Normalverteilung modelliert.
- Die zweite Zeile umfasst den erwarteten Return auf den Assets über dem risikofreien einjährigen Zinssatz.

- Die dritte Zeile ist das erwartete versicherungstechnische Ergebnis.
- Die vierte Zeile ist wie die erste Zeile eine Zufallsgrösse. Sie beinhaltet die Abweichung des versicherungstechnischen Ergebnisses vom dessen Erwartungswert. Die Unsicherheiten kommen vom unbekannten Schadenaufwand für CY-Schäden und vom unbekannten Abwicklungsergebnis auf den PY-Schäden.

Die Zeilen 1 und 2 fliessen ins Finanzmarkt- und ALM-Risiko ein; deren Analyse (Sensitivitäten) wird in Kapitel 2.7 weiterverfolgt. Wir konzentrieren uns hier im Folgenden auf das versicherungstechnische Ergebnis und dessen Risiko (Zeilen 3 und 4).

Hierzu machen wir zwei weitere Approximationen:

$$\frac{E\left[D_{CY}^{(1)}\right]}{1+r_1^{(0)}} \approx d_{CY}^{(0)}$$

und

$$\frac{E\left[D_{PY}^{(1)}\right]}{1+r_1^{(0)}} \approx d_{PY}^{(0)}. \tag{18}$$

Die Motivation für beiden Annahme ergibt sich aus der folgenden Beobachtung:
Auf der linken Seite steht jeweils der auf den Zeitpunkt t_0 abdiskontierte Wert des Ausdrucks $E\left[D_{CY}^{(1)}\right]$ bzw. $E\left[D_{PY}^{(1)}\right]$, das heisst es wird mit der im Zeitpunkt t_1 aktuellen Zinskurve auf t_1 und danach mit $1+r_1^{(0)}$ auf den t_0 diskontiert. Auf der rechten Seite hingegen befindet sich der Diskontfaktor, der basierend auf der zum Zeit t_0 gültigen Zinskurve direkt auf den t_0 diskontiert.

Rechte und linke Seite stimmten überein, falls die Zinskurve flach und zeitlich konstant wäre ($r_k^{(0)} = r_{k+1}^{(0)} = E[R_k^{(1)}] = E[R_{k+1}^{(1)}] = r$), aber auch, falls die Forward Zinsen der erwarteten Zinskurve am 31.12.CY entsprechen würde. Dies ist jedoch im allgemeinen nicht der Fall.

Wird die genannte Näherung gemacht, lassen sich das das versicherungstechnische Risiko und das versicherungstechnische Ergebnis vereinfachen zu

$$\left(P - K - d_{CY}^{(0)} E[S_{CY}]\right) - d_{CY}^{(0)}\left(S_{CY} - E[S_{CY}]\right) - d_{PY}^{(0)}\left(C_{PY} - 1\right) R_{PY}^{(0)}. \tag{19}$$

Dies ist für die Modellierung der versicherungstechnischen Risiken die zentrale Formel.

Um diesen Term zu berechnen, sind die folgenden Grössen zu bestimmen:

- Schätzung der verdienten Prämie P und der Kosten K,
- Schätzung der Abwicklungsmuster (α_i) und (β_i) und die daraus abgeleiteten Diskontfaktoren $d_{CY}^{(0)}$ und $d_{PY}^{(0)}$,
- Schätzung des erwarteten Schadenaufwands $E\left[S_{CY}\right]$ für CY Schäden
- Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsvariable S_{CY} der CY Schäden
- Wahrscheinlichkeitsverteilung für das Abwicklungsergebnis $(1 - C_{PY}) \cdot R_{PY}^{(0)}$

Der Vollständigkeit halber wiederholen wir die Formel (17a) mit der Näherung (18):

$$
\begin{aligned}
&\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0) \approx \\
&\approx \frac{R_I - E[R_I]}{1+r_1^{(0)}} \cdot (A(0) + (P - UPR) - K) - \left(\frac{D_{CY}^{(1)}}{1+r_1^{(0)}} - d_{CY}^{(0)} \right) \cdot E[S_{CY}] - \left(\frac{D_{PY}^{(1)}}{1+r_1^{(0)}} - d_{PY}^{(0)} \right) \cdot R_{PY}^{(0)} \\
&+ \frac{E[R_I] - r_1^{(0)}}{1+r_1^{(0)}} \cdot (A(0) + (P - UPR) - K) \qquad (17b) \\
&+ P - K - d_{CY}^{(0)} \cdot E[S_{CY}] \\
&- d_{CY}^{(0)} \cdot (S_{CY} - E[S_{CY}]) - d_{PY}^{(0)} \cdot (C_{PY} - 1) \cdot R_{PY}^{(0)}
\end{aligned}
$$

Die Aufgabe die Verteilung der rechten Seite zu ermitteln und letztlich den Expected Shortfall zu bestimmen.

Es ist nützlich, sich vor Augen zu führen, dass die Änderung des RTK aufgrund der Finanzrisiken sich aus der Summe der zweiten und dritten Zeilen in (17b) ergeben, und dass die Änderung des RTK aufgrund der versischerungstechnischen Variablen in den beiden letzten Zeilen steckt. Es wäre also durchaus möglich, bei der Aggregation der rechten Seite von (17b), zunächst die zweite und dritte Zeile, und die vierte und fünfte Zeile zu aggregieren, und die beiden Resultate danach zusammenzufassen.

Die zweite Möglichkeit besteht darin, in einem ersten Schritt die beiden stochastischen Zeilen (zweite und fünfte) zu aggregieren und daraus den Expected Shortfall zu berechnen. Der Erwartungswert dieser beider Zeilen ist Null. Im zweiten Schritt können das erwartete Finanzergebnis und das erwartete Versicherungstechnische Ergebnis addiert werden.

Wir gehen im Abschnitt 4.4.6 näher auf die Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der versicherungstechnischen Zufallsvariaben S_{CY} und $(1 - C_{PY}) \cdot R_{PY}^{(0)}$ ein. Zunächst folgen einige Bemerkungen zu den in (18) getroffenen Annahmen.

4.4.4.4. UVG-Renten

Im Abschnitt 3.3.1 wurde die Bewertung von Rückstellungen für Renten speziell behandelt. An dieser Stelle wird betrachtet, was der Term $RTK(1)/(1+r_1^{(0)}) - RTK(0)$ für solche Renten bedeutet.
Für den Fall eines UVG-Versicherers, der nicht Mitglied beim Teuerungsfonds ist, werden hier keine keine weiteren Bemerkungen angebracht. Für den häufigeren Fall, dass ein Versicherer am Fonds teilnimmt, ergeben sich folgende Überlegungen.

Die Rentenrückstellungen setzen sich zusammen aus (siehe Abschnitt 3.3.1.2) dem Deckungskapital DK und den Verpflichtungen TF gegenüber dem Teuerungsfonds. Hinzu kommen Rückstellungen nach UVV 111/3, die hier nicht weiter behandelt werden:

$$L = DK + TF + UVV_{111/3}$$

<u>Deckungskapital</u>

Das Deckungskapital besteht aus der Summe der zukünftigen Zahlungen c_j^{UVG} für die Grundrenten.

Der SST nimmt bezüglich der Zahlungszeitpunkte vereinfachend an, dass die Zahlungen Ende des Jahres, Ende des nächsten Jahres, etc. erfolgen. Das Deckungskapital für die bestehenden Grundrenten ist damit

$$DK_0 = \frac{c_1^{UVG}}{1+z} + \frac{c_2^{UVG}}{(1+z)^2} + \frac{c_3^{UVG}}{(1+z)^3} + \ldots$$

und

$$DK_1 = \frac{c_2^{UVG}}{1+z} + \frac{c_3^{UVG}}{(1+z)^2} + \ldots$$

für die Zeiten t_0 und t_1. Die Zahlung c_1^{UVG} kommt in DK_1 nicht mehr vor. Es folgt sofort, dass zwischen DK_0 und DK_1 der Zusammenhang

$$DK_1 = (1+z)DK_0 - c_1^{UVG}$$

besteht: das neue DK ist das alte DK, erhöht um den technischen Zins, abzüglich der Zahlung im aktuellen Jahr.

Im weiteren nehmen wir zur Zeit an, dass die Zahlungen c_j^{UVG} für die Grundrenten als deterministische Grössen modelliert werden können. Das heisst mit anderen Worten, dass keine biometrichen Risiken betrachtet werden.

Teuerungszulage

Zusätzlich zu c_1^{UVG} muss den Rentenbezügern eine Teuerungszulage TZ ausbezahlt werden. Der SST nimmt an, dass auch die Teuerungszulage Ende des Jahres fällig wird.

Teuerungsfonds

Die Verpflichtung gegenüber dem Teuerungsfonds zur Zeit t_0 (Anfang des Jahres) seien TF_0. Während des Jahres wird die Verpflichtung erhöht. Die Erhöhung setzt sich zusammen aus der Verzinsung der bereits bestehenden Verpflichtung ($\phi_{10/10} \cdot TF_0$), der Zinsdifferenz $(\phi_{10/10} - z)$ auf dem Deckungskapital DK_0 und einer allfälligen eingenommene Umlageprämie P_{UmLage} von den aktiv Versichterten. $\phi_{10/10}$ ist ein in Abschnitt 3.3.1 eingeführter Zinssatz. Eine Verminderung der Verpflichtung gegenüber dem Pool tritt ein in der Höhe der den Rentenbezügern gezahlte Teuerungszulage. Die Addition führt zu einer Verpflichtung gegenüber dem Teuerungsfonds am Ende des Jahres von

$$TF_1 = (1+\phi_{10/10}) \cdot TF_0 + (\phi_{10/10} - z) \cdot DK_0 + P_{Umlage} - TZ\,.$$

Resultierendes Total der Liabilities

Der Wert der Rückstellung Ende des Jahres ist (unter Vernachlässigung von UVV 111)

$$\begin{aligned}
L_1 &= DK_1 + TF_1 \\
&= (1+z)DK_0 - c_1^{UVG} + (1+\phi_{10/10}) \cdot TF_0 + (\phi_{10/10} - z) \cdot DK_0 + P_{Umlage} - TZ \\
&= (1+\phi_{10/10})(DK_0 + TF_0) + P_{Umlage} - TZ - c_1^{UVG} \\
&= (1+\phi_{10/10})L_0 + P_{Umlage} - TZ - c_1^{UVG}.
\end{aligned}$$

Assets

Die Assets haben zu den Zeiten t_0 und t_1 die Werte A_0 beziehungsweise

$$A_1 = (1+R)\cdot A_0 + P_{Umlage} - c_1^{UVG} - TZ\ .$$

Die allfällige Umlageprämie P_{Umlage} fliesst von den aktiven Versicherungsnehmern dem Versicherer zu, die Zahlungen c_1^{UVG} und TZ fliessen an die Rentenbezüger. $R\cdot A_0$ ist die Performance der während des Jahres investierten Assets.

Änderung des risikotragenden Kapitals

Einsetzen der Ausdrücke von Assets und Liabilities in $RTK(1)/(1+r_1^{(0)}) - RTK(0)$ liefert

$$\begin{aligned}
&\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0) = \\
&= \frac{\left((1+R)\cdot A_0 + P_{Umlage} - c_1^{UVG} - TZ\right) - \left((1+\phi_{10/10})(DK_0 + TF_0) + P_{Umlage} - TZ - c_1^{UVG}\right)}{1+r_1^{(0)}} - (A_0 - (DK_0 + TF_0)) \\
&= \frac{(R - r_1^{(0)})\cdot A_0 - (\phi_{10/10} - r_1^{(0)})\cdot (DK_0 + TF_0)}{1+r_1^{(0)}}
\end{aligned}$$

Es ist bemerkenswert, dass erstens die Terme für die Umlageprämie, die Teuerungszulage und der technische Zinssatz auf der rechten Seite nicht mehr vorkommen. Der Grund ist die Ausgestaltung des Mechanismus des Teuerungsfonds, im speziellen die Veränderung der Verpflichtungen der Versicherer gegenüber dem Fonds.

Die letzte Zeile kann in einen Erwartungswert und einen stochastischen Teil gespalten werden:

$$\begin{aligned}
&\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0) = \\
&= \frac{(R - E[R] + E[R] - r_1^{(0)})\cdot A_0 - (\phi_{10/10} - E[\phi_{10/10}] + E[\phi_{10/10}] - r_1^{(0)})\cdot L_0}{1+r_1^{(0)}} \\
&= \frac{1}{1+r_1^{(0)}}\cdot\left\{(E[R] - r_1^{(0)})\cdot A_0 + (R - E[R])\cdot A_0\right\} \\
&- \frac{1}{1+r_1^{(0)}}\cdot\left\{(\phi_{10/10} - E[\phi_{10/10}])\cdot L_0\right\} \\
&- \frac{1}{1+r_1^{(0)}}\cdot\left\{(E[\phi_{10/10}] - r_1^{(0)})\cdot L_0\right\}
\end{aligned}$$

Die erste Zeile stellt die erwartete finanzielle Performance der Assets und das Risiko der Assets aufgrund der Unsicherheiten in den Finanzrisikofaktoren dar. Die Bedeutung und Behandlung dieser Terme ist dieselbe wie in den vorangehenden Abschnitten 4.4.4.1, 4.4.4.2 und 4.4.4.3.

Die zweite Zeile ist das Risiko in den Rückstellungen, dass sich aufgrund der Unsicherheit über das für das aktuelle Jahr gültige, aber erst Ende des Jahres bekannte $\phi_{10/10}$ ergibt. Für den Testlauf 2006 kann diese Unsicherheit vernachlässigt werden.

Die dritte Zeile ist der Erwartungswert der Veränderung der Rückstellungen. Der Erwartungswert ist von Null verschieden, falls der Erwartungswert von $\phi_{10/10}$ nicht mit dem einjährigen risikofreien

Zinssatz übereinstimmt, was im allgemeinen der Fall ist. In Anbetracht der Tatsache, dass in den Jahren 2004 und 2005 für $\phi_{10/10}$ die Werte 3.37% und 3.12% galten und $r_1^{(0)}$ zur Zeit etwa 1% ist, kann die Grösse $(E[\phi_{10/10}] - r_1^{(0)}) \cdot L_0$ nicht vernachlässigt werden. $E[\phi_{10/10}]$ kann wie folgt abgeschätzt werden: in der Mittelwertbildung über zehn Zinssätze wird der älteste, herausfallende Zinssatz mit einer Höhe von etwa 4% mit einem neuen Zinssatz in der Höhe von etwa 2% ersetzt, was zu einer Verminderung von $\phi_{10/10}$ um etwa $1/10 \cdot 2\% = 20bp$ führen wird. Für den Testlauf 2006 kann deshalb $E[\phi_{10/10}]$ mit $3.12\% - 0.2\% \approx 2.9\%$ approximiert werden.

Es ist interessant, den Spezialfall $A_0 = L_0$ (Marktwert der Assets zu Beginn ist gleich dem Wert der Liabilities zu Beginn) zu betrachten. Unter diesem Umständen ergibt sich:

$$\begin{aligned}\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0) &= \frac{(R - r_1^{(0)}) \cdot L_0 - (\phi_{10/10} - r_1^{(0)}) \cdot L_0}{1+r_1^{(0)}} \\ &= \frac{(R - \phi_{10/10}) \cdot L_0}{1+r_1^{(0)}}\end{aligned}$$

Auch wenn wir die Unsicherheit in $\phi_{10/10}$ vernachlässigen, besteht das Risiko, dass sich $\phi_{10/10}$ und R unterscheiden. Selbst wenn die Assets aus zehn zehn Tranchen von risikolosen zehnjährigen Zerocouponsobligationen bestehen, wird R im allgemeinen von $\phi_{10/10}$ abweichen, denn die Performance des Obligationenportefeuilles hängt wesentlich von der Veränderung der Zinskurve während des Jahres ab, wohingegen $\phi_{10/10}$ ein zeitliches Mittel über die letzten zehn Jahre ist.
Es besteht also ein Marktrisiko. Im wesentlichen verhalten sich die Liabilities wie ein Bankkonto, das mit $\phi_{10/10}$ (zur Zeit etwa die erwähnten 3%) verzinst werden muss. Es gibt aber keine Assets, die eine einjährige risikofreie Performance in dieser Höhe generieren. Das Assetportefeuille aus den 10 Tranchen von risikofreien Obligationen erwirtschaftete beispielsweise 2005 eine Performance von etwa 2%.

Zwar ist es im Durchschnitt über eine längere Frist (mehrere Jahre) sehr wohl möglich, mit dem Assetportefeuille aus 10 Tranchen von Obligationen die Performance von $\phi_{10/10}$ zu erwirtschaften, aber in einem einzelnen Jahr besteht dafür keine Gewähr.

Zusammenfassend ergibt sich mit der gegenwärtigen Modellierung (keine biometrischen Risiken), dass UVG-Renten nicht zu einem Risiko führen, aber mit einem erwarteten Verlust in der Höhe von $(E[\phi_{10/10}] - r_1^{(0)}) \cdot L_0$ verbunden sind. Die Risiken der Assets messen sich wie für im restlichen SST als Abweichung der Performance R gegenüber der erwarteten Performance $E[R]$.

4.4.4.5. Bemerkungen zu der Annahme (18) über die erwartete Zinskurve

Die Annahme (18) stellt Gleichheit her zwischen

- dem heutigen (t_0) Barwert einer Zahlung und
- dem Erwartungswert der auf den Zeitpunkt t_1 diskontierten Wertes, nachdem er anschliessend auf t_0 diskontiert worden ist.

Der Erwartungswert kommt ins Spiel, weil die Diskontierung auf t_1 mit der Zinskurve zum selben Zeitpunkt erfolgt und diese Zinskurve zur Zeit t_0 nicht bekannt ist.

Die Annahme (18) trifft folglich eine Annahme über den Erwartungswert eines zukünftigen Diskontfaktors und damit auch über den Erwartungswert der zukünftigen Zinsen $R_i^{(1)}$:

$$E[\frac{1}{(1+R_i^{(1)})^i}] = \frac{1}{(1+r_1^{(0)})\cdot(1+r_{j-1}^{(0)})^{j-1}} .$$

Mit der getroffenen Vereinfachung leisten die Schadenrückstellungen auf diskontierter Basis keinen Beitrag an das versicherungstechnische Resultat, was nicht apriori klar ist. Zwar sind die undiskontierten Rückstellungen mit dem Erwartungswert geschätzt, das heisst, dass der Erwartungswert der Rückstellungen in einem Jahr gleich den heutigen Rückstellungen sind. In der weiter oben eingeführten Formulierung bedeutet das $E[C_{PY}] = 1$. Damit die diskontierten Rückstellungen zu einem erwarteten versicherungstechnischen Ergebnis von Null führe, ist zusätzlich die Annahme (18) notwendig.

Werden für die Verpflichtungen Annahmen über die zukünftigen Zinsen getroffen, müssen diesselben Annahmen auch für die Anlagen mit einer entsprechenden Auswirkung auf das erwartete finanzielle Resultat gelten.

Betrachten wir als Beispiel eine risikofreie Zerocouponsobligation, die in zehn Jahren den Wert a zahlt. Deren heutiger Wert ist

$$A(0) = \frac{a}{(1+r_{10}^{(0)})^{10}}$$

Der Wert in einem Jahr wird

$$A(1) = \frac{a}{(1+R_9^{(1)})^9}$$

sein. Bilden wir den Erwartungswert davon, um die erwartete einjährige Performance zu erhalten, ergibt sich:

$$\frac{E[A(1)]}{A(0)} = \frac{E\left[\frac{1}{(1+R_9^{(1)})^9}\right]}{\frac{1}{(1+r_{10}^{(0)})^{10}}} = 1 + r_1^{(0)},$$

wobei genau die oben erwähnte Annahme über die zukünfitgen Zinsen getroffen wurde. Das Resultat ist eine erwartete Performance dieser Anlage in der Höhe des einjährigen risikofreien Zinssatzes.

Das ist nicht marktgerecht, denn diese Anlage ist, obwohl die Zahlung in zehn Jahren mit Sicherheit erfolgt, bei einer Halteperiode von einem Jahr einem Zinsrisiko ausgesetzt. Ein risikoaverser Markt wird deswegen eine höhere erwartete Performance als die hier berechnet fordern.

Daraus ist der Schluss zu ziehen, dass die Zinsannahme (18) in einem Markt mit Risikoaversion fragwürdig ist. Das Standardmodell trifft die Annahme dennoch, da sie zu einer Vereinfachung bei den Liabilities führt. Jede andere Annahme über zukünftige Zinsen führt zu einem Abwicklungsresultat auf diskontierter Basis ungleich Null. Da Zinsannahmen sowohl bei den Liabilities wie bei den Assets gelten, ist im Standardmodell die erwartete Performance einer Bundesobligation gleich dem einjährigen risikofreien Zinssatz.

Von der Annahme (18) abzuweichen und eine andere Annahme über den Erwartungswert der zukünftigen Zinssätze zu treffen, ist zulässig, falls diese Annahme sowohl für die Assets wie für die Liabilites gilt.

Geht man von einer Annahme aus, die einer langfristigen Bundesobligation einen höhere Performance als der einjährige risikofreie Satz zuordnet, führt das zu einem erwarteten Verlust auf den diskontierten Verpflichtungen. In einem Portfolio mit identischer Zahlungsstruktur der Assets und der Liabilities heben sich die beiden Auswirkungen exakt auf.

4.4.5. Das erwartete Ergebnis

Die rechte Seite der Formel (17b) besteht aus vier Termen. Der zweite und der dritte Term, beide mit Erwartungswert Null, beschreiben das Markt- und das Versicherungsrisiko. Die erwartete Veränderung des risikotragenden Kapitals ist im ersten und vierten Term aufgefangen. Sie betreffen das erwartete versicherungstechnische Ergebnis und das erwartete finanztechnische Ergebnis.

Unbedingt Beachtung geschenkt werden muss der Bemerkung des vorgängigen Abschnittes 4.4.4.5, dass für Assets und Liabilites dieselben Annahmen über die die zukünftige Zinskurve getroffen werden müssen.

4.4.5.1. Erwartetes versicherungstechnisches Ergebnis

Das erwartete versicherungstechnische Ergebnis besteht aus den erwarteten verdienten Prämien abzüglich des diskontierten Erwartungswertes der eintretenden Neuschäden und der erwarteten Kosten (17b). Falls, und das im Standardmodell der Fall, die Annahme (18) getroffen wird, entsteht aus den Rückstellungen für PY-Schäden kein Beitrag an das erwartete versicherungstechnische Ergebnis.

Die Ausnahme bilden die UVG-Renten. Wie in Abschnitt 4.4.4.4 beschrieben führ UVG-Renten zu einem erwarteten versicherungstechnischen Verlust in der Höhe von $(E[\phi_{10/10}] - r_1^{(0)}) \cdot L_0$.

4.4.5.2. Erwartetes Finanzergebnis

Das Erwartete Finanzergebnis ist gleich der Performance der Assets abzüglich des einjährigen risikofreien Zinssatzes. Der Grund, dass der risikofreie Satz abgezogen wird, liegt in der Definition des Zielkapitals (2b) beziehungsweise (4). Dies ist in Übereinstimmung damit, dass für das Halten eines Portfolios, welches genau aus einer einjährigen Bundesobligation besteht, ein Zielkaptial von Null resultiert.

Falls wie im Standardmodell die Annahme (18) getroffen wird, ist die Performance der risikofreien Obligationen genau gleich dem einjährigen risikofreien Satz. Demzufolge tragen sie nicht zu einer Performance über dem einjährigen risikofreien Satz bei.

4.4.6. Bestimmung der Verteilung für das versicherungstechnische Ergebnis aus CY-Schäden

Wir geben im folgenden eine Beschreibung, wie der Schadenaufwand S_{CY} im Standardmodell modelliert wird. Es ist zu beachten, dass für die Aggregation in der Formel (17b) die Differenz von der Variablen S_{CY} und ihrem Erwartungswert $E[S_{CY}]$ zu bilden ist.

Für die Modellierung des Jahresschadenaufwandes S_{CY} wird unterschieden zwischen Kleinschäden (Normalschäden) und Grossschäden. Der Grund ist, dass keine vernünftige Wahrscheinlichkeitsverteilung existiert, welche sowohl Klein- als auch Grossschäden beschreibt. Im

Rahmen des SST stehen als Grenze zwischen Klein- und Grossschaden (Grossschadengrenze β) 1 Mio. CHF und 5 Mio. CHF zur Auswahl.
Die Grosschäden umfassen sowohl Einzelgrossschäden (pro Branche) als auch Kumulschäden, verursacht z.B. von Naturereignissen wie Hagel oder Überschwemmung. Kumulschäden können branchenübergreifend sein. Beispielsweise betrifft ein Hagelsturm die Sachversicherung, vor allem aber auch die Motorfahrzeugkaskoversicherung.
Gesucht ist somit die Verteilung des Gesamtschadenaufwands als Summe von Normalschäden und Grossschäden:

$$S_{CY} = S_{CY}^{NS} + S_{CY}^{GS} . \tag{20}$$

Es müssen die beiden Verteilungen für den Schadenaufwand der Normal- und der Grossschäden gefunden werden. Im Rahmen des SST wird angenommen, dass die Grossschäden unabhängig von den Normalschäden sind. Das führt darauf, dass sich die Aggregation der beiden Schadentypen zu S_{CY} mittels Faltung der beiden Verteilungen ergibt.

4.4.7. CY-Schäden: Verteilung der Normalschäden

Für die kleinen CY-Schäden wird bis auf eine Ausnahme die übliche Branchenaufteilung, wie sie im Anhang 8.4.1 dargestellt ist, gewählt. Die Ausnahme betrifft die Normalschäden im Elementarschadenpool, weil solche ein Bestandteil der gesonderten ESP-Modellierung sind (siehe dazu Abschnitt 4.4.9).

Der Jahresschadenaufwand der Normalschäden setzt sich zusammen aus den Einzelschäden der Branchen. Der SST trifft keine explizite Annahme über die Verteilung der Einzelschäden, stattdessen werden die Jahresschadenaufwände bloss mit Erwartungswert und Varianz repräsentiert.

Im folgenden wird beschrieben, wie der Erwartungswert und die Varianz für die gesamten Normalschäden (über alle Branchen) berechnet werden können:

4.4.7.1. Erwartungswert

Der Erwartungswert für den gesamten Normalschadenaufwand S_{CY}^{NS} kann berechnet werden als Summe der Erwartungswerte pro Branche i:

$$E(S_{CY}^{NS}) = \sum_{i=1}^{12} E(S_{CY,i}^{NS}) . \tag{21}$$

Die erwarteten Schadenaufwendungen $E(S_{CY,i}^{NS})$ pro Branche können z.B. als Produkt von erwartetem Schadensatz und Erwartungswert der verdienten Prämie geschätzt werden:

$$E(S_{CY,i}^{NS}) = LR_i \cdot P_i , \; (i = 1,2,...,12) \tag{22}$$

4.4.7.2. Varianz

Im Folgenden erklären wir die Varianz des gesamten Normalschadenaufwandes basierend auf den Varianzen und Kovarianzen der Normalschadenaufwände der Branchen. Danach wird erläutert, wie die Varianzen pro Branche ermittelt werden können.

Die Varianz des gesamten Normalschadenaufwandes ergibt sich als Summe der Varianzen und Kovarianzen aller Branchen:

$$
\begin{aligned}
VAR(S_{CY}^{NS}) &= \sum_{i=1}^{12} VAR(S_{CY,i}^{NS}) + \sum_{i,j=1 \, und \, i \neq j}^{12} Cov(S_{CY,i}^{NS}, S_{CY,j}^{NS}) \\
&= \sum_{i=1}^{12} (VK_i \cdot E(S_{CY,i}^{NS}))^2 + \sum_{i,j=1 \, und \, i \neq j}^{12} \rho_{i,j} \cdot (VK_i \cdot E(S_{CY,i}^{NS})) \cdot (VK_j \cdot E(S_{CY,j}^{NS}))
\end{aligned}
\tag{23}
$$

mit VK_i als Variationskoeffizient der Branche i, definiert durch:

$$
VK_i = \frac{\sigma(S_{CY,i}^{NS})}{E(S_{CY,i}^{NS})}, \tag{24}
$$

mit $\sigma(S_{CY,i}^{NS})$ als Standardabweichung des Normalschadenaufwandes $S_{CY,i}^{NS}$ in der Branche Nr. i und $\rho_{i,j}$ als Korrelationskoeffizient für die Branchen i und j. Die im Standardmodell gültige Korrelationsmatrix ist im Anhang 8.4.2 gegeben.

4.4.7.3. Die Variationskoeffizienten

Die Beiträge an die Varianz des Jahresschadenaufwandes kommen von zwei Quellen. Einerseits existieren die statistischen Schwankungen von Schadenanzahl und Schadenhöhe um den Erwartungswert. Dieser Beitrag an die Unsicherheit wird Zufalls- oder Prozessrisiko genannt. Andererseits existiert eine Unsicherheit in den Parameter der Verteilung, mit anderen Worten im Erwartungswert und in der Varianz. Diese sind nämlich nicht bekannt, sondern müssen anhand von Statistiken und Sachwissen geschätzt werden, was mit einer Unsicherheit behaftet ist. Das damit verbundene Risiko heisst Parameterrisiko. Beispiele für Parameterrisiken sind: falsche Einschätzung der Teuerung in der Krankenversicherung, falsche Einschätzung der Schadenfrequenzen, externe Veränderungen, etc. Eine genauere Betrachtung liefert den Ausdruck

$$
Var(S_{CY,i}^{i}) = Var(E[S_{CY,i}^{NS} | \Theta_i]) + E[Var(S_{CY,i}^{NS} | \Theta_i)] \tag{25}
$$

für die totale Varianz für den Schadenaufwand der Branche Nr. i. Dabei stellt der erste Term das Parameterrisiko, also die Variabilität der Modellparameter von einem Jahr zum anderen, welche durch äussere Umstände verursacht wird, dar. Die Gesamtheit dieser Umstände wird durch die Zufallsvariable (Risikoparameter) Θ charakterisiert. Θ kann als Risikocharakteristik eines festen Schadenjahres angeschaut werden. Sie misst, wie genau ein Aktuar den erwarteten Aufwand schätzen kann, resp. welche äusseren Einflüsse nicht durch den Risikoausgleich im Kollektiv abgefangen werden können (Für dieses Risiko spielt die Grösse der Firma keine Rolle, was bedeutet, dass es nicht wegdiversifiziert werden kann.).

Der zweite Summand ist das Zufallssrisiko, welches aus der Unsicherheit der Jahresschadenhöhe bei gegebenem Risikoparameter Θ_i (d.h. gegebener Erwartungswert und Varianz der Verteilung) besteht.

Unter der Annahme dass bei gegebenen Θ_i die Zahl der Schadenfälle in der Branche i poissonverteilt mit Poissonparameter λ_i (=erwartete Schadenzahl) ist, ergibt sich für den Variationskoeffizienten von $S_{CY,i}^{NS}$ (Herleitung siehe Anhang 8.4.5)

$$
VK_i^{\,2} = \frac{Var(S_{CY,i}^{NS})}{(E[S_{CY,i}^{NS}])^2} = VK_{p,i}^{\,2} + \frac{1}{\lambda_i}(VK^2(Y_{i,j}) + 1), \tag{26}
$$

wobei $VK(Y_{i,j})$ den Variationskoeffizienten der Einzelschadenhöhe in der Branche i bezeichnet. Der erste Summand $VK_{p,i}$ gibt den Beitrag des Parameterrisikos und der zweite Summand den Beitrag des

Zufallsrisikos wieder. Auf das Parameterrisiko und das Zufallsrisiko wird im Folgenden näher eingegangen.

4.4.7.4. Parameterrisiko

Der Variationskoeffizient des Parameterrisikos ($VK_{p,i}$) der Branche i setzt sich zusammen aus einer Parameterunsicherheit bzgl. des Erwartungswertes der Einzelschadenhöhe ($E[Y_{i,j}]$) und einer Parameterunsicherheit bzgl. des Erwartungswertes der Anzahl der Einzelschäden ($E[N_i]$). Diese Unsicherheiten in den Parametern kommen zustande durch äussere Umstände, welche zwar nicht vollständig, aber zu einem guten Teil alle Gesellschaften gleich betreffen. Deshalb wurden basierend auf Gemeinschaftstatistiken der Versicherer Standardwerte für die Variationskoeffizienten des Parameterrisikos pro Branche ermittelt und hier zur Verfügung (Anhang 8.4.3) gestellt.

4.4.7.5. Zufallsrisiko

Die Variabilität der j-ten Einzelschadenhöhe $Y_{i,j}$ in der Branche i wird durch den Variationskoeffizient $VK(Y_{i,j})$ dargestellt. Der Beitrag 1 in der Klammer kommt durch die Variabilität der Anzahl Schäden (bei gegebenem Θ ist diese poissonverteilt mit Erwartungswert λ_i) zustande. Im Rahmen des Nichtleben-SST werden Standardwerte für die Variationskoeffizienten der Einzelschadenhöhe pro Branche zur Verfügung gestellt.

Numerische Werte für die $VK(Y_{i,j})$ sind im Anhang 8.4.4 gegeben.

Werden die Standardwerte für $VK_{p,i}$ und $VK(Y_{i,j})$ benutzt, hat die Berechnung der Varianzen (beziehungsweise der Variationskoeffizienten) nach Formel (26) die angenehme Eigenschaft, dass nur noch die erwartete Anzahl Schäden pro Branche bestimmt werden muss.
Mit der weiter oben gegebenen Aggregation über die Branchen ergibt sich die Varianz der Normalschadenverteilung (siehe (23) und (26)).

4.4.8. CY-Schäden: Verteilung der Grossschäden

Die Grossschäden beinhalten sowohl einzelne Grossschäden als auch Kumulschäden:

- Einzelschäden mit einer grossen Schadenhöhe. Solche Schäden kommen beispielsweise in den Sach- (z.B. Brand in Fabrikgebäude) und Haftpflichtbranchen (z.B. Produktehaftpflicht oder MFH) vor. In erster Näherung hängt die Höhe eines einzelnen Schadens nicht von der versichernden Gesellschaft ab.

- Kumulschäden: eine Menge von Schäden, die durch ein und dasselbe Ereignis ausgelöst werden (z.B. Hagelereignis oder Sturm). Die einzelnen Schäden sind in der Regel keine Grossschäden, allerdings kann der gesamte Schadenaufwand wegen der grossen Zahl von Einzelschäden gross sein. Obwohl die Einzelschäden nicht grösser als die Normalschäden sind, können sie wegen ihrer gegenseitigen Abhängigkeit (Kumulereignis) nicht im Normalschadenmodell dargestellt werden.

Im Rahmen des SST-Grossschadenmodells werden folgende Ereignistypen und Branchen betrachtet:

Branche (oder Ereignistyp)	Bemerkung zur Modellierung der Grossschäden
MFH	modelliert als Einzelgrossschaden
MFK	umfasst die Hagelereignisschäden, modelliert als Marktanteil am marktweiten Schaden
Sach ohne Elementarschäden	modelliert als Einzelgrossschaden; ohne Elementarschäden, diese werden gesondert modelliert.

Allgemeine Haftpflicht	modelliert als Einzelgrossschaden
Kranken Kollektiv	modelliert als Einzelgrossschaden
Kranken Einzel	modelliert als Einzelgrossschaden
Luftfahrt	keine Modellierung von Grossschäden, da der Luftfahrtpool stark rückverischert ist.
Transport	modelliert als Einzelgrossschaden
Finanz und Kaution	modelliert als Einzelgrossschaden
Unfall (UVG und Nicht-UVG)	modelliert als Marktanteil an einem marktweiten Kumulschaden (z.B. Panik in Fussballstadion) (=unbekannter Kumul) Kumulschäden, welche nur einen einzelnen Versicherer betreffen, werden nicht direkt als Grossschaden modelliert, sondern mit Hilfe eines Szenarios berücksichtigt (= bekannter Kumul).
Elementarschadenpool	modelliert als Anteil am Marktschaden gemäss Beteiligung am Elementarschadenpool
übrige Elementarsachschäden	modelliert als Anteil in Betriebsunterbruch oder einer anderen geeigneten Grösse an einem Marktschaden. Der Marktschaden wird modelliert als komonotone Grösse zu Grossschäden im Elementarschadenpool.

Grossschadenmodellierung pro Branche bzw. Ereignistyp

Häufig sind die Versicherungsunternehmen gemäss ihrem Marktanteil in der jeweiligen Branche an einem Kumulschaden beteiligt, was die Festlegung gemeinsamer Parameter sinnvoll macht.

Die Grosschäden werden separat für jede Branche oder Ereignistyp i mit einer zusammengesetzten Poissonverteilung modelliert:

$$S_{CY,i}^{GS} = \sum_{j=1}^{N_i^{GS}} Y_{i,j}^{GS} \ . \qquad (27)$$

Dabei ist die Schadenanzahl N_i^{GS} der Branche i poissonverteilt mit Erwartungswert λ_i^{GS}. Es wird angenommen, dass die einzelnen Bruttoschäden $Y_{i,j}^{GS}$ unabhängig voneinander und innerhalb der Branche oder Typs i identisch verteilt sind. Für ihre Verteilung wird pro Typ i eine Paretoverteilung angesetzt:

$$F_{Y_{i,j}^{GS}}(y) = P(Y_{i,j}^{GS} \le y) = \begin{cases} 0 & y < \beta, \\ 1-\left(\dfrac{y}{\beta}\right)^{-\alpha_i} & y \ge \beta. \end{cases} \qquad (28)$$

Dabei ist β der kleinste Schaden, der in der Grossschadenmodellierung betrachtet wird, deshalb wird β häufig "Threshold" oder Grossschadengrenze genannt. Ein anderer Name ist "Observationspunkt der Paretoverteilung". Die Standardwerte der Parameter im SST sind darauf ausgelegt, dass β entweder 1 Mio. oder 5 Mio. CHF beträgt. Einer dieser Werte muss von jedem Versicherer gewählt werden. Diese Wahl kann für jede Branche individuell getroffen werden, dies wird in der Notation "β" in diesem Dokument aber nicht berücksichtigt.

Paretoverteilungen haben die Eigenschaft, dass sie den hohen Schäden mehr Gewicht beimessen als viele andere Verteilungen. Die Stärke der Gewichtung wird durch die Paretoparameter α_i bestimmt.

Je kleiner der Wert von α_i ist, desto mehr Gewicht haben die hohen Grossschäden. Die Standardwerte für die Paretoparameter sind:

Branche	bei β =1 Mio. CHF	bei β =5 Mio. CHF
MFH	2.50	2.80
MFK-Hagel	1.85	1.85
Sach	1.40	1.50
Haftpflicht	1.80	2.00
UVG inkl UVGZ	2.00	2.00
Kollektiv Kranken	3.00	3.00
Einzelkranken	3.00	3.00
Transport	1.50	1.50
Finanz und Kaution	0.75	0.75
Andere	1.50	1.50

Parameter α_i der Paretoverteilung

Durch die Verwendung der Paretoverteilung zur Modellierung der Einzelschadenhöhe sind beliebig hohe Schadenhöhen im Modell möglich. Tatsächlich aber können in einigen Branchen keine beliebig hohen Schäden auftreten, z.B. durch vertraglich vereinbarte maximale Versicherungssummen. Aus diesem Grunde ist es sinnvoll, die Paretoverteilungen ab einem bestimmten Wert abzuschneiden. Hierfür werden bei einigen Branchen standardmässig Abschneidepunkte (Limiten) festgelegt.

Diese Richtlinien sind in der untenstehenden Tabelle aufgeführt. Sie müssen nicht zwingend befolgt werden, aber Abweichungen davon sind zu begründen.

Branche	Abschneidepunkt
MFH	Illimité
MFK	Marktanteil × 1.5 Mrd. CHF
Sach	Individuelles Abschätzen des grösstmöglichen Schadens pro VU
Haftpflicht	Individuelles Abschätzen des grösstmöglichen Schadens pro VU
UVG inkl UVGZ	Illimité
Unfall ohne UVG	50 Millionen CHF
Kollektiv Kranken	Individuelles Abschätzen des grösstmöglichen Schadens pro VU
Einzelkranken	Individuelles Abschätzen des grösstmöglichen Schadens pro VU
Transport	2 × grösstmögliche Versicherungssumme
Finanz und Kaution	Individuelles Abschätzen des grösstmöglichen Schadens pro VU
Andere	Individuelles Abschätzen des grösstmöglichen Schadens pro VU
Elementarschäden im Elementarschadenpool	Bei der vertraglich vorgesehenen 500 Mio. CHF pro Ereignis für den Marktschaden.
Elementarschäden ausserhalb des Elementarschadenpools	Marktanteil × 1 Mrd. CHF

Abschneidepunkte der Paretoverteilung. Elementarschäden werden im Abschnitt 4.4.9 behandelt und hier nur der Übersicht halber erwähnt.

Im folgenden wird auf Hagelschäden, Unfallkumulereignisse und die Elementarschäden näher eingegangen, weil bei diesen die Schäden nicht gesellschaftsindividuell auftreten, sondern weil alle Versicherer mit denselben Kumulereignissen konfrontiert sind. Deshalb wird der marktweite Schaden modelliert und dieser mit Multiplikation mit dem Marktanteil des Versicherers auf den Schaden einer einzelnen Versicherungsgesellschaft hinunterskaliert.

4.4.8.1. Modellierung der Kumulschäden aufgrund von Hagelereignissen

Die Modellierung der Hagelkumulschäden umfasst vor allem die Motorfahrzeugkaskoversicherung. Wie in den anderen Branchen werden auch die Hagelgrossschäden durch eine Poisson- und Paretoverteilung abgebildet.
Zunächst wird die Grenze für den Markt-Hagelgrossschaden bei $\beta_{Hagel}^{(Markt;0)}$ = 45 Mio. CHF gesetzt.
Eine Abschätzung aufgrund umfangreicher Schadenstatistiken führte auf die folgende Parameter: Der Erwartungswert der Anzahl der Schäden > 45 Mio. CHF ist $\lambda_{Hagel}^{(0)}$ =0.9. Der Paretoparameter beläuft sich auf α_{Hagel}=1.85.

Für die Modellierung muss jedoch pro Gesellschaft eine individuelle Grossschadengrenze herangezogen werden. Diese ist abhängig von der gewählten eigenen Grossschadengrenze β und dem Marktanteil an den Hagelschäden m_{Hagel} (diese kann mit dem Marktanteil in MFK gleichgesetzt werden.)
Beispiel: eigene Grossschadengrenze bei β = 1 Mio. CHF und der Marktanteil m=10%, so müssen die Marktschäden oberhalb von

$$\beta_{Hagel}^{(Markt)} = \frac{\beta}{m_{Hagel}} = \frac{1}{0.1} MCHF = 10 MCHF \tag{29}$$

anstelle von $\beta_{Hagel}^{(0)}$ in die Rechnung einbezogen werden.

Die erwartete Anzahl für die individuelle Grenze ergibt sich aufgrund der Paretoverteilung zu

$$\lambda_{Hagel} = \lambda_{Hagel}^{(0)} \cdot \left(\frac{\beta_{Hagel}^{(Markt)}}{\beta_{Hagel}^{(Markt;0)}} \right)^{-\alpha} . \tag{30}$$

Im obigen Beispiel ergibt sich als zu benutzender Erwartungswert

$$\lambda_{Hagel} = 0.9 \cdot \left(\frac{10}{45} \right)^{-1.85} = 14.5 . \tag{31}$$

Bemerkung: Eigentlich ist es falsch, mit Hilfe der Paretoverteilung vom 45 Mio. CHF Schaden auf den 10 Mio. CHF rückwärts zu extrapolieren, weil die Paretoverteilung in diesem tiefen Bereich nicht mehr gilt. Das heisst, dass es falsch wäre, anzunehmen, dass die erwartete Zahl von Hagelschäden über 10 Mio. CHF 14.5 sei. In Tat und Wahrheit ist sie tiefer.
Über diesen Fehler kann in der Grossschadenmodellierung jedoch hinweggesehen werden, weil nur das Verhalten im Schwanz (d.h. bei höheren Schäden) der Verteilung relevant ist. Und im Verhalten im Schwanz der Verteilung ist die Approximation gut.

Die Paretoverteilung für die Ereignisschadenhöhe des Markthagelschadens kann bei 1.5 Milliarden CHF abgeschnitten werden. Damit hat sie im Falle des obigen Beispiels folgende Form:

$$F_{Y^{GS}_{Hagel,j}}(y)=\begin{cases}0 & y<10MCHF,\\ 1-\left(\dfrac{y}{10MCHF}\right)^{-1.85} & 10MCHF\le y\le 1500MCHF,\\ 1 & 1500MCHF<y.\end{cases} \tag{32}$$

4.4.8.2. Kumulereignisse in der Unfallversicherung (unbekannter Kumul)

Die Kumulschäden in der Unfallversicherung werden wie die Hagelschäden modelliert als individueller Marktanteil m_{Unfall} an einem marktweiten Kumulschaden.

Die Marktschadenverteilung ist eine zusammengesetzte Poissonverteilung mit Threshold $\beta^{(Markt;0)}_{Unfall}$ = 20 Mio. CHF. Die Wahrscheinlichkeit, dass für die Privatversicherer (d.h. ohne SUVA) ein Kumulschäden, der grösser oder gleich β_{Unfall} ist, in einem Jahr eintritt, wurde als $\lambda^{(0)}_{Unfall}$ = 0.1 geschätzt. Der Paretoparameter ist $\alpha_{\text{Unfall}}=2$.

Wie bei der Behandlung der Hagelkumulschäden ist die Anpassung des kleinsten betrachteten Marktschadens $\beta^{(Markt)}_{Unfall}$ und der erwarteten Häufigkeit λ_{Unfall} notwendig, damit sie konsistent mit der eigenen Grossschadengrenze und dem Marktanteil werden.

$$\beta^{(Markt)}_{Unfall}=\frac{\beta}{m_{Unfall}}, \tag{33}$$

$$\lambda_{Unfall}=\lambda^{(0)}_{Unfall}\cdot\left(\frac{\beta^{(Markt)}_{Unfall}}{\beta^{(Markt;0)}_{Unfall}}\right)^{-\alpha_{Unfall}}. \tag{34}$$

Es wird vorgeschlagen, den Marktanteil mit anhand der verdienten Prämie vor Rückversicherung zu messen.

4.4.8.3. Aggregation der Grossschadenverteilungen

In diesem Abschnitt wird erläutert, wie die bisher genannten Grossschadenverteilungen (zusammengesetzte Poissonverteilungen pro Branche) auf eine einfache Art und Weise aggregiert werden können. Dies beruht erstens auf dem Umstand, dass die Summe unabhängiger Variablen, welche zusammengesetz Poisson verteilt sind, wiederum zusammengesetzt Poisson verteilt ist. Zweitens lässt sich eine zusammengesetzt Poisson Verteilung mit dem Panjer-Algorithmus numerisch auf einfache Art gewinnen.

Zunächst wiederholen wir, dass die Gesamtschaden-Verteilung pro Branche oder Ereignistyp gegeben ist durch die stochastische Summe einzelner Brutto-Schäden $Y^{GS,B}_{i,j}$

$$S^{GS,B}_{CY,i}=\sum_{j=1}^{N^{GS}_i}Y^{GS,B}_{i,j}. \tag{35}$$

Der Index i steht hierbei für eine der Branchen mit Einzel-Grossschäden und für die Ereignisse Hagelkumulschaden und Unfallkumulschaden. Die Schäden des Elementarschadenpools gehen an dieser Stelle noch nicht in die Aggregation ein.

Die Schadenanzahlverteilung für Branche/Ereignistyp i ist poissonverteilt:

$$N_i^{GS} \sim Poisson(\lambda_i^{GS})\,. \tag{36}$$

Die Bruttoschadenhöhenverteilung für Branche/Ereignistyp i ist:

$$Y_{i,j}^{GS,B} \sim Pareto(\alpha_i, \beta)\,, \tag{37}$$

oder

$$Y_{i,j}^{GS,B} \sim Pareto(\alpha_i, \beta_i)\,, \tag{38}$$

falls die Grossschadengrenze individuell pro LoB gewählt wird.
Die Verteilung der Nettoschadenhöhe pro Schaden ergibt sich dadurch, indem die XL Deckungen auf die Paretoverteilung appliziert werden. Das Resultat wird hier formal beschrieben mit

$$Y_{i,j}^{GS,Netto} \sim F_{Y_{i,j}^{GS,N}}\,. \tag{39}$$

Die Summe der Jahresschadenaufwände über die Branchen/Ereignistypen (netto sowie auch brutto)

$$S_{CY}^{GS} = \sum_i S_{CY,i}^{GS} = \sum_i \sum_{j=1}^{N_i^{GS}} Y_{i,j}^{GS} \tag{40}$$

ist wiederum zusammengesetzt Poissonverteilt (hier ohne Herleitung). Das heisst, dass S_{CY}^{GS} geschrieben werden kann als

$$S_{CY}^{GS} = \sum_{k=1}^{N^{GS}} Y_k\,. \tag{41}$$

Dabei gilt

$$N^{GS} \sim Poisson\left(\sum_i \lambda_i^{GS}\right) \tag{42}$$

für die Anzahlverteilung, während die Verteilung der Einzelschäden Y_k wie folgt als gewichtetes Mittel der Verteilungsfunktionen der Einzelschäden der einzelnen Branchen/Ereignistypen konstruiert wird:

$$F_Y(y) = \frac{1}{\sum_i \lambda_i} \cdot \sum_i \left(\lambda_i \cdot F_{Y_{CY,i}^{GS}}(y)\right). \tag{43}$$

Diese Gesamt-Grossschadenverteilung S kann nun mit der Fast Fourier Transformation oder vorzugsweise mit dem Panjer Algorithmus berechnet werden.

In der hier beschriebenen Aggregation der Grossschäden kann die Verteilung des Elementarschadens noch nicht einbezogen werden. Der Grund ist, dass der Elementarschadenpool eine Stopp Loss Deckung besitzt. Diese bewirkt, dass die Verteilung des Nettojahresschadens der Elementarschäden nicht zusammengesetzt Poisson verteilt ist, und dass deswegen die Verteilung nicht mit den Verteilungen der anderen Grossschäden mit der oben beschriebenen Methode aggregiert werden kann. Stattdessen muss sie nachträglich zu S_{CY}^{GS} dazugefaltet werden.

4.4.9. Modellierung der Elementarschäden

Der Grund, dass die Elementarschäden getrennt von den anderen Gross- und Normalschäden modelliert werden, ist die Existenz der Stop Loss Deckung für den Elementarschadenpool (ESP). Würde diese Deckung nicht berücksichtigt, könnten die Elementarschäden wie die anderen Grossschäden behandelt und mit ihnen aggregiert werden.

Elementarschäden umfassen die Sachschäden, die durch Elementarereignisse verursacht werden. Dazu gehören erstens die den ESP betreffenden Gross- und Normalschäden. Dabei geht es um Schäden an Gebäuden (in den GUSTAVO-Kantonen[E]) und um Schäden an der Fahrhabe/Gebäudeinhalt.
Grosse Elementarereignisse verursachen zweitens auch Schäden in anderen Branchen, zum Beispiel in der Betriebsunterbruchsversicherung (BU). Dieser zweite Typus wird hier „übrige Elementarschäden“ genannt. Da die übrigen Elementarschäden eng an die Schäden im ESP gekoppelt sind, werden sie zusammen mit den ESP-Schäden modelliert.

In den folgenden zwei Abschnitten wird die Modellierung des ESP und danach der übrigen Elementarschäden erläutert.

4.4.9.1. Modellierung des Elementarschadenpools

Die Modellierung des Elementarschadenpools beruht auf den folgenden, zum Teil vereinfachenden Annahmen:

- Die Versicherer für Gebäude und Fahrhabe sind Mitglieder des Elementarschadenpools. Die Versicherer sind an den ESP-Schäden individuell gemäss ihrem Marktanteil in der Feuerversicherung beteiligt.
- Der ESP bewirkt eine Umverteilung der Schäden zu 100%, nicht bloss zu 85%.
- Die Versicherungswirtschaft zahlt pro Ereignis nicht mehr als 500 Mio. CHF (je 250 Mio. CHF Ereignislimite für Gebäude und Inhalt. Es ist absehbar, dass diese Limite erhöht werden wird, zur Zeit ist die entsprechende Neuerung aber noch nicht in Kraft.) Die Versicherer haben zwar die Möglichkeit, im Grossschadenfall aus Reputationsgründen freiwillig eine grössere Summe als die genannte Limite auszahlen, was im für die Schäden im Sommer 2005 tatsächlich auch geschehen ist.. Dafür will die Aufsichtsbehöre kein Zielkapital verlangen, weil keine gesetzliche Pflicht für die besagte Zahlung besteht.
- Der Pool ist durch einen Jahres-Stop-Loss gedeckt.
- Die ESP-Schäden werden unterteilt ind Gross- und Normalschäden, wobei die Grossschäden definiert sind als die ESP-Ereignisschäden mit einer Schadensumme grösser oder gleich 50 Mio. CHF.

Alle Elementarschadenversicherer sind von allen ESP-Schäden zu einem gewissen Prozentsatz betroffen. Aus diesen Gründen ist es sinnvoll, in einem ersten Schritt den marktweiten Schaden zu modellieren. Die resultierende Verteilung wird danach in einem zweiten Schritt marktanteilsmässig aufgeteilt.

<u>Grossschäden</u>

Das Modell für die jährliche Summe der Grossschaden für den ESP ist

$$S_{ESP}^{GS} = \sum_{j}^{N} \min(500, Y_j) \tag{44}$$

besteht aus einer zusammengesetzt Poisson Verteilung, wobei die marktweiten Ereignisschadenhöhen Y_j einer verallgemeinerten Paretoverteilung (generalised Pareto) folgen, aber bei 500 Mio. CHF abgeschnitten sind.

[E] Genf, Uri, Schwyz, Tessin, Appenzell Innerroden, Wallis und Obwalden

Die kumulative Verteilungsfunktion der generalised Paretoverteilung hat die Form

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(\dfrac{x_0 + b}{x + b} \right)^{\alpha} & x \geq x_0 \\ 0 & x < x_0 \end{cases}$$

Wie die Paretoverteilung verhält sich $1 - F(x)$ für $x >> x_0 + b$ wie $\sim x^{-\alpha}$.

Die Auswertung der Daten aus dem Elementarschadenpool, durchgeführt vom Schweizerischen Versicherungsverbandes (SVV), ergab mit $x_0 = 50$ Mio. CHF die Parameter $\alpha = 1.2499$ und $b = 18.7761$ Mio. CHF für die Ereignisschadenhöhe und und eine jährliche erwartete Zahl der Grossschadenereignisse grösser gleich 50 Mio. CHF von $E[N] = \lambda = 15/22 = 0.68687$ (In 22 Jahren 15 Ereignisse mit teuerungsbereinigtet Schädenhöhe grösser als 50 Mio. CHF)

Normalschäden

Zu den Grossschäden kommt die Jahressumme S_{ESP}^{KS} der Normalschäden des ESP. Die SVV-Auswertung geht für diese Variable von einer Lognormalverteilung mit den Momenten $E[S_{ESP}^{KS}] = 97.48$ Mio. CHF und $\sqrt{Var(S_{ESP}^{KS})} = 0.3072 \cdot E[S_{ESP}^{KS}]$ aus. Für die Risikoabschätzung ist es sogar zulässig, die Varianz von S_{ESP}^{KS} auf Null zu setzen, weil das ESP-Risiko von den Grossschäden dominiert wird (siehe dazu auch die Abbildung 6).

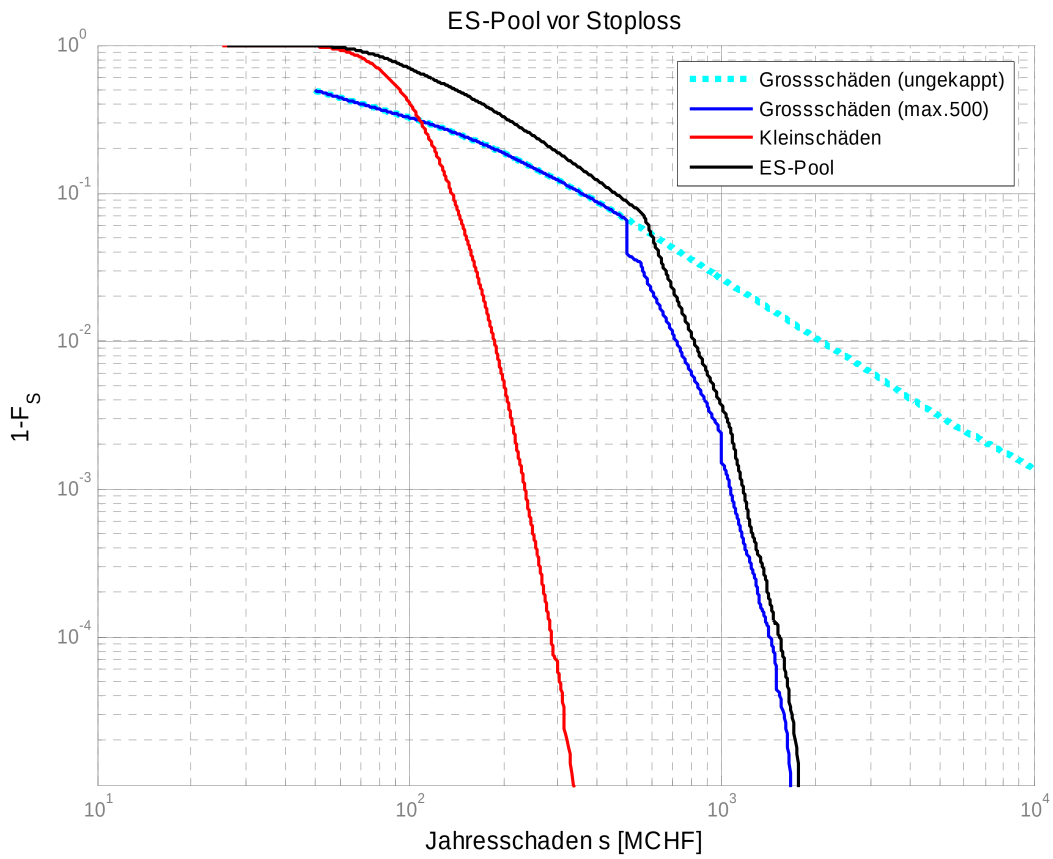


Abbildung 5: Überschreitungswahrscheinlichkeiten der Jahressschadensumme des Elementarschadenpools vor dem Stop Loss. Dargestellt sind die Normalschäden (rot), die Grossschäden (blau) unter Berücksichtigung der Ereignislimite bei 500 Mio. CHF und die Summe der beiden (schwarze Linie). Die hellblau gestrichelte Linie zeigt die Verteilung der Grossschäden ohne Ereignislimite. Die Expected Shortfall für drei ersten Kategorien sind 208 MCHF, 880 MCHF und 982 MCHF.

Summe von Gross- und Normalschäden, Anwendung des Stop Loss

Der Jahresstoploss (750 xs 450 Mio. CHF) des ESP wirkt auf die Summe der Gross- und Normalschäden. Formal können wir für die im ESP verbleibenden Jahresschaden schreiben als

$$S_{ESP} = \mathbf{SL}_{750xs450}\{S_{ESP}^{KS} + \sum_{i=1}^{N} \min(500, Y_i)\},$$

wobei der Stop Loss definiert ist als

$$\mathbf{SL}_{750xs450}\{x\} := \min[x, \max(x - 750\,\text{MCHF}, 450\,\text{MCHF})].$$

Im Standardmodell kann angenommen werden, dass die Normalschädensumme durch ihren Erwartungswert genügend genau charakterisiert sind. Das ergibt

$$S_{ESP} = E[S_{ESP}^{KS}] + \mathbf{SL}_{750xs350}\{\sum_{i=1}^{N} \min(500, Y_i)\},$$

weil Der Erwartungswert der Normalschadensumme recht genau 100 Mio. CHF beträgt.

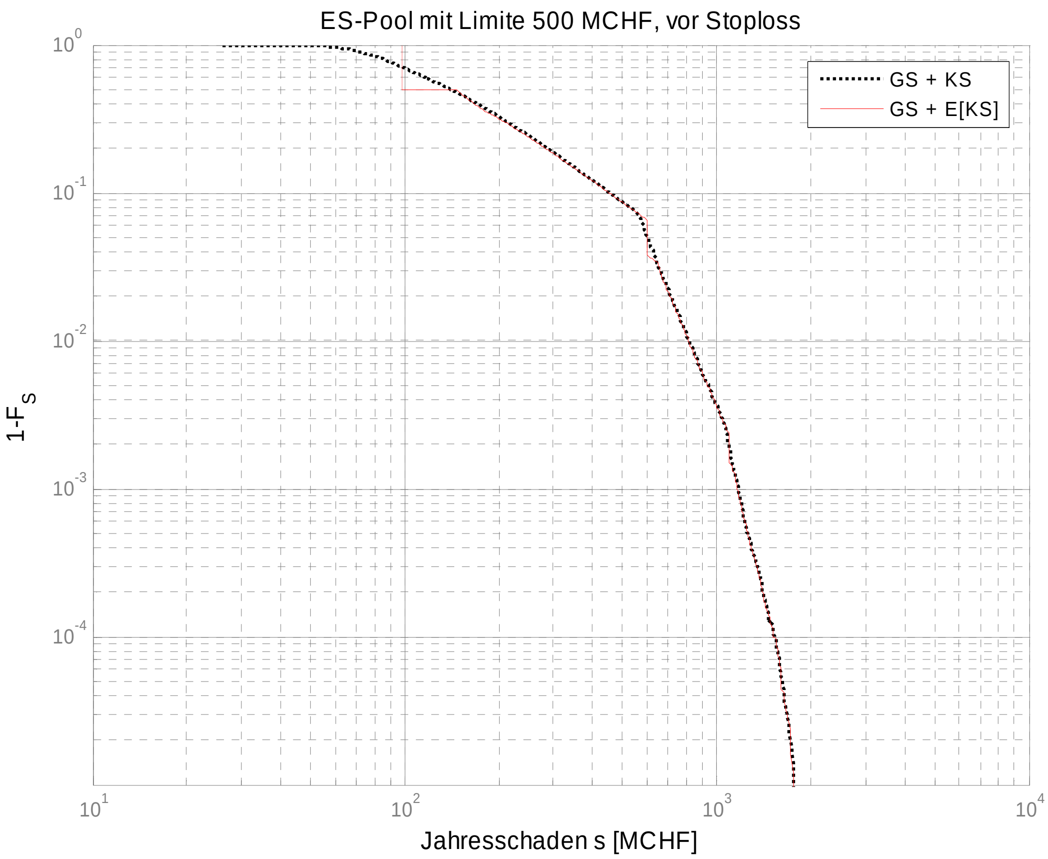


Abbildung 6: Überschreitungswahrscheinlichkeiten der Jahresschadensumme des Elementarschadenpools vor Stop Loss. Dargestellt ist die Auswirkung der vereinfachenden Annahme, dass die Normalschäden nicht mit eine Lognormalverteilung (schwarze, gepunktete Linie), sondern mit dem deterministischen Wert des Erwartungswert (rote Linie) modelliert werden.

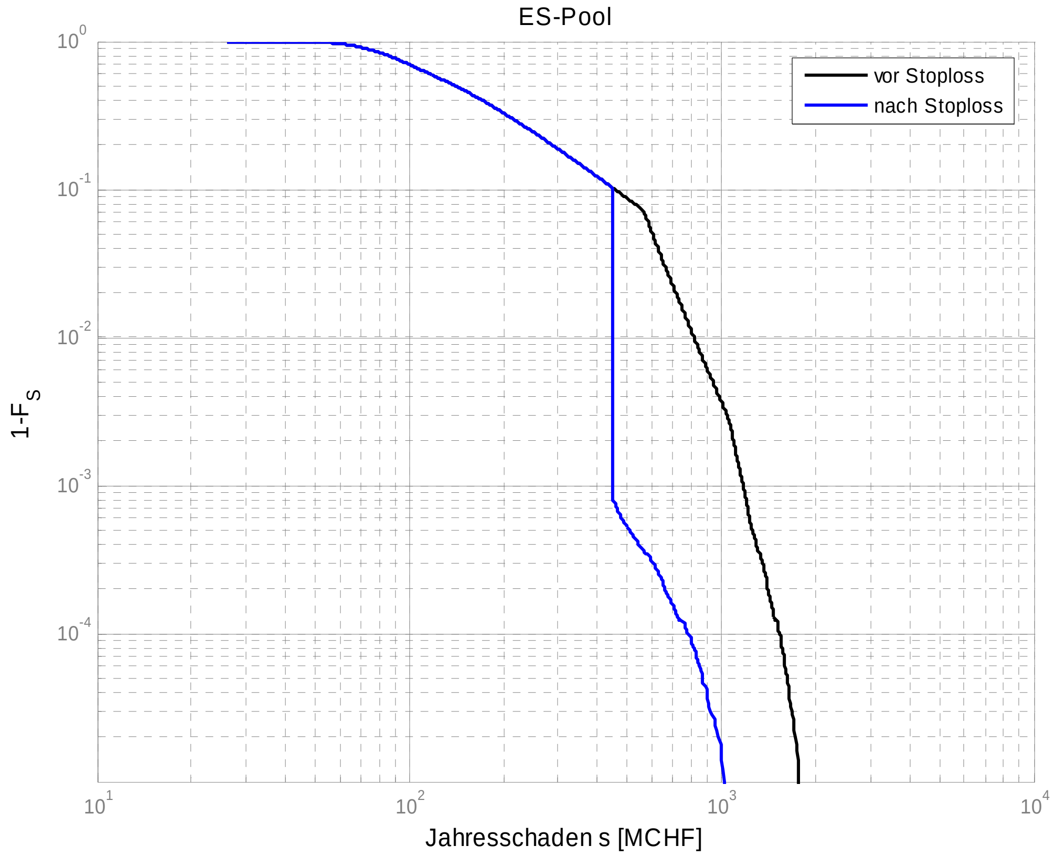


Abbildung 7: Überschreitungswahrscheinlichkeiten der Jahresschadensumme des Elementarschadenpools vor und nach Stop Loss (750 xs 450). Der Expected Shortfall ist 982 Mio. CHF vor Stop Loss und 460 Mio. CHF nach Stop Loss.

4.4.9.2. Modellierung der „übrigen Elementarschäden"

Die Erfahrung zeigt, dass grössere Elementarereignisse nicht nur zu Schäden an Gebäuden und Fahrhabe führen, sondern auch andere versicherte Schäden auslösen. Als wichtigste wurde der Betriebsunterbruch genannt. Aus dem Überschwemmungsereignis im August 2005 wurde abgeleitet, dass dieser zusätzliche Schaden etwa

- 20% des ESP-Schadens für die Sachbranche und
- 10% des ESP-Schadens für die MFK-Branche beträgt.

Das Standardmodell des SST nimmt an, dass die übrigen Sachschäden vollständig mit den ESP-Schäden korreliert sind. Allerdings werden im Standardmodell nur die ürigen Elementarschäden in der Sachbranche modelliert. Mögliche MFK-Elementarschäden werden bereits durch die unabhängige Verteilung für Hagelschäden abgedeckt.

Bezeichnet wie oben Y_j einen ESP-Grossschaden, entsteht also ein zusätzlicher Schaden von $0.2 \times Y_j$. Auch für diese Schäden ist es sinnvoll, eine obere Grenze einzuführen. Diese ist auf 1000 Mio. CHF festgelegt. Die Jahressumme ist somit

$$S^{GS}_{übr.Elementar} = \sum_{j}^{N} \min(1000\,\mathrm{MCHF}; 0.2 \cdot Y_j)$$

4.4.9.3. Modellierung des ESP + „übrige Elementarschäden“

Die Summe von ESP-Schäden und der übrigen Elementarschäden für den Versicherungsmarkt ergibt folgenden Ausdruck:

$$S_{Elementar}^{Markt} = E[S_{ESP}^{KS}] + \mathbf{SL}_{750xs350}\{\sum_{i=1}^{N} \min(500, Y_i)\} + \sum_{i=1}^{N} \min(1000; 0.2 \cdot Y_i)$$

Der einzelne Versicherer partizipiert daran in einem kleinerem oder grösserem Ausmass, je nachdem, wie gross seine Geschäftsvolumina sind. Mit den Marktanteilen m_{ESP} in der Feuerversicherung, die als massgebend für den ESP und dem Marktanteil m_{BU} in Betriebsunterbruchversicherung ergibt sich für den einzelnen Versicher

$$S_{Elementar}^{individuel} = m_{ESP} \cdot \left\{ E[S_{ESP}^{KS}] + \mathbf{SL}_{750xs350}\{\sum_{i=1}^{N} \min(500, Y_i)\} \right\} + m_{BU} \cdot \sum_{i=1}^{N} \min(1000; 0.2 \cdot Y_i).$$

Die Verteilung dieser Grösse ist zu berechnen und schliesslich mit den Ergebnissen der Klein- und Grossschäden der anderen Branchen zu aggregieren.

Die Abbildung zeigt die Verteilungen vom ESP nach Stop Loss und der bei 1'000 Mio. CHF gekappten BU-Schäden.

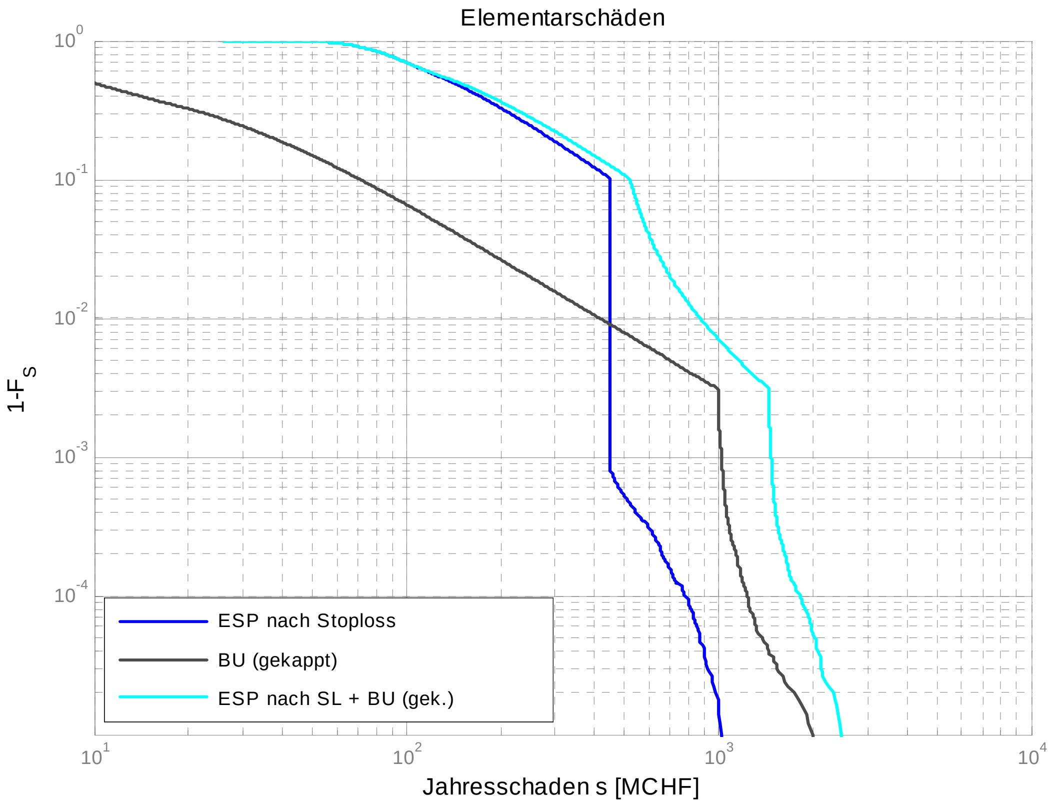


Abbildung 8: Überschreitungswahrscheinlichkeiten der Jahresschadensumme des Elementarschadenpools nach Stop Loss, der BU-Schäden (bei 1000 Mio. CHF pro Ereignis gekappt) und der Summe der beiden. Die Expected Shortfall sind 461, 744 und 1203 Mio. CHF.

Mögliche Vereinfachung durch Verzicht auf den Stop Loss

Falls auf die Berücksichtigung des Stop Loss für den ESP verzichtet wird, gestaltet sich die Berechnung und die Aggregation einfacher. Der obige Ausdruck vereinfacht sich zunächst zu

$$S_{Elementar}^{individuel} = m_{ESP} E[S_{ESP}^{KS}] + \sum_{i=1}^{N} \{ m_{ESP} \min(500;Y_i) + m_{BU} \cdot \min(1000;0.2 \cdot Y_i) \}$$

Die Verteilung der Grösse in den geschweiften Klammer ist numerisch einfach auszudrücken. Der Rest der Formel liegt dann in einer Form vor, dass er exakt wie die anderen Grossschäden in den anderern Branchen mit dem Panjer-Algorithmus behandelt werden kann.

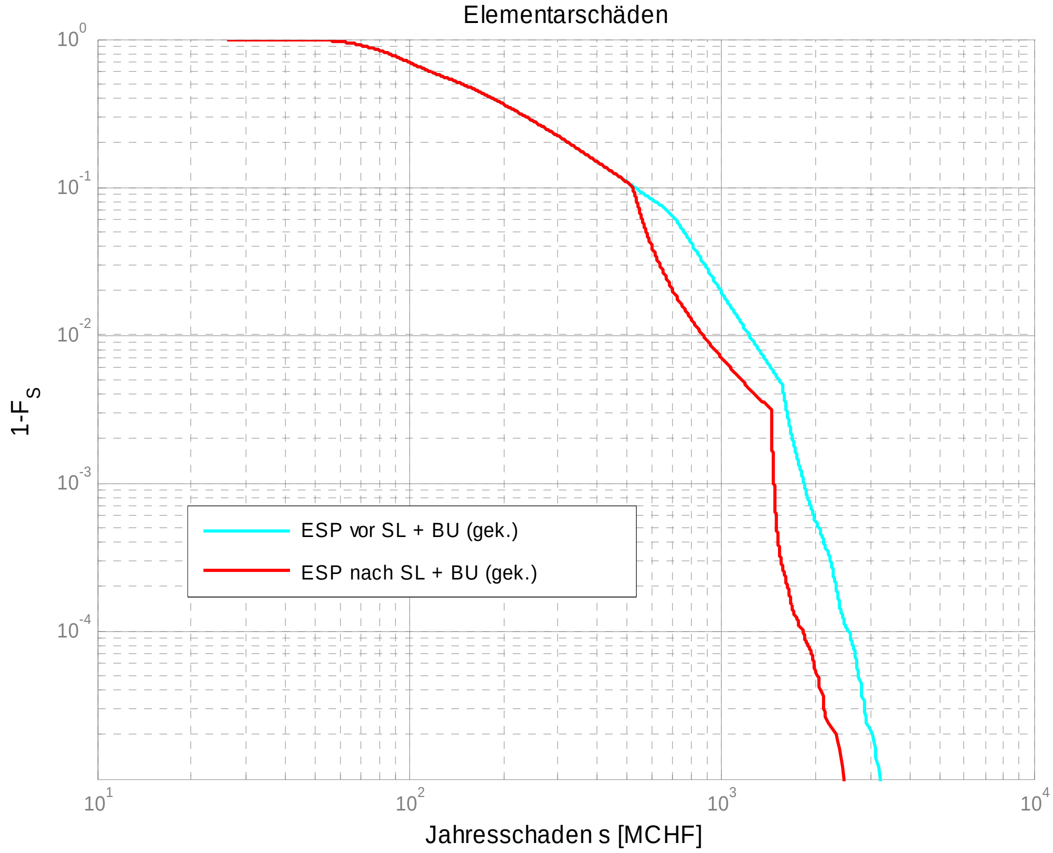


Abbildung 9: Überschreitungswahrscheinlichkeiten der Jahresschadensumme des Elementarschadenpools und der BU-Schäden (gekappt bei 1'000 Mio. CHF). Rote Kurve: ESP nach Stop Loss, ES = 1203 Mio. CHF; blaue Kurve: ESP ohne Stop Loss, ES = 1547 Mio. CHF).
Die die Vernachlässigung des Stop Loss führt zu einer konservativeren Resultat, die Modellierung ist jedoch einfacher, da der Panjer-Algorithmus angewandt werden kann.

4.4.10. Bestimmung der Verteilung für das versicherungstechnische Ergebnis aus PY

Das Risiko der Rückstellungen besteht in der Unsicherheit des Abwicklungsergebnisses.

Es wird im Standardmodell angenommen, dass die Grösse $C_{PY} \cdot R_{PY}^{(0)}$ lognormal verteilt ist mit einer gewissen Varianz und dem Erwartungswert $R_{PY}^{(0)}$. Das impliziert, dass wir Best Estimate

Rückstellungen, $E[C_{PY}]=1$, ausgehen. Es geht im folgenden darum, wie die Varianz geschätzt werden soll.

Wie bei den Neuschäden wird zwischen einem Zufallsrisiko und einem Parameterrisiko unterschieden. Das Zufallsrisiko besteht aus Zufälligkeiten, die sich aufgrund von Fehleinschätzungen der einzelnen Schadenfälle ergeben. Es wird gesellschaftsindividuell ermittelt, indem aus der Zeitreihe der historischen Abwicklungsergebnisse die Varianzen

$$Var_Z(C_{PY,i} \cdot R_{PY,i}^{(0)}) \qquad (i=1,\ldots,12)$$

der Rückstellungen der dreizehn Branchen geschätzt wird. Unabdingbar ist, dass die Abwicklungsergebnisse auf der Basis von Best Estimate Rückstellungen ermittelt werden.

Das Parameterrisiko der Rückstellungen entsteht, wenn Einschätzungen von Parametern unsicher sind, die sich auf sämtliche Rückstellungen einer Branche gleichzeitig auswirken, oder das Niveau der Gesamtschadenrückstellungen falsch gewählt wurde.

Es existiert in der SST Arbeitsgruppe noch kein endgültiges Rezept, wie das Parameterrisiko zu bestimmen ist. Deshalb werden vom BPV die Variationskoeffizienten der Rückstellungen bezüglich des Parameterrisikos zur Zeit vorgegeben (siehe Anhang 8.4.6). Diese Vorgaben beruhen auf Durchschnittswerten für Parameterunsicherheiten in grossen Rückstellungsbeständen.
Die Varianz von $C_{PY} \cdot R_{PY}^{(0)}$ bezüglich des Parameterrisikos lässt sich mit den vorgegebenen Variationskoeffizienten der dreizehn Branchen einfach berechnen als

$$Var_P(C_{PY,i} \cdot R_{PY,i}^{(0)}) = \left(R_{PY,i}^{(0)} \cdot Vko_P(C_{PY,i})\right)^2 \qquad (i=1,\ldots,13)$$

Parameterrisiko und Zufallsrisiko werden branchenweise mittels Addition der Varianzen aggregiert.

$$Var(C_{PY,i} \cdot R_{PY,i}^{(0)}) = Var_P(C_{PY,i} \cdot R_{PY,i}^{(0)}) + Var_Z(C_{PY,i} \cdot R_{PY,i}^{(0)}) \qquad (i=1,\ldots,13)$$

Die Aggregation der Risiken über die Branchen erfolgt im Testlauf 2005 durch Addition der Varianzen über die Branchen (ohne Kovarianzen, dies impliziert Unkorreliertheit zwischen den Branchen). Von der Annahme der Unkorreliertheit wird in kommenden Jahren eventuell abgewichen.

$$Var(C_{PY} \cdot R_{PY}^{(0)}) = \sum_{i}^{12} Var(C_{PY,i} \cdot R_{PY,i}^{(0)})$$

Aus den obigen Ausführungen folgt, dass der Ausdruck $(1-C_{PY}) \cdot R_{PY}^{(0)}$ die Varianz $Var(C_{PY} \cdot R_{PY}^{(0)})$ und den Erwartungswert Null hat.

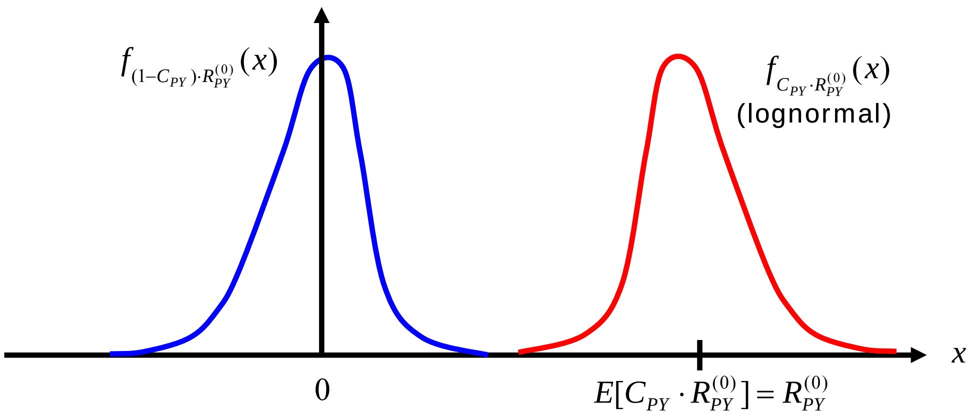


Abbildung: Schematische Darstellung der Dichteverteilungen von $C_{PY} \cdot R_{PY}^{(0)}$ (Rote Kurve) und $(1-C_{PY}) \cdot R_{PY}^{(0)}$ (blaue Kurve).

4.4.10.1. Bemerkungen zu den Rückstellungsrisiken der Unfallversicherung

Die Unfallversicherung gliedert sich in:

- die obligatorische Unfallversicherung (UVG). Diese wird von den Arbeitgebern für das Kollektiv der Arbeitnehmer abgeschlossen.
- Zusätze zur obligatorischen Unfallversicherung (UVG-Z). Diese beziehen sich in den meisten Fällen auf dasselbe Kollektiv wie bei der UVG Versicherung und bieten Deckungen, welche über die UVG Deckung hinausgehen
- die Einzelunfallversicherung (EP): Unfallversicherungen für Einzelpersonen.

Die Unfallversicherung unterscheidet zwischen

- Kurzfristigen Leistungen: Leistungen für Heilbehandlungen, Taggelder, Prothesen, Rehabilitation, etc.
- Langfristigen Leistungen: Rentenzahlungen im Fall der Arbeitsunfähigkeit, bestehend aus der Grundrente und dem Teuerungszusatz.

<u>Risiko der Rückstellungen für Fälle ohne oder vor der Verrentung</u>

Nach Unfalleintritt stellt der Versicherer eine Schadenrückstellung für die Schadenabwicklung, wobei die Regressmöglichkeit auf allfällige Haftpflichtleistungen berücksichtigt wird. Die Schadenrückstellugen umfasst die kurzfristigen Leistungen und in der Regel auch die langfristigen Leistungen. Wie in den anderen Branchen sind die Rückstellungen dem Rückstellungsrisiko unterworfen.

<u>Rückstellungsrisike in den langfristigen Leistungen (Renten)</u>

(Siehe auch Abschnitt 4.4.4.4)

Führt ein Unfall zu einer Rente, wird vom Versicherer für seine Abwicklung ein "Rentendeckungskapital" bestimmt. Je nach Versicherer wird dieses aus den Schadenrückstellungen ausgeschieden oder darin belassen.
Da die Rente zum Zeitpunkt der Verrentung festgelegt wird, besteht mit einer Ausnahme für den Versicherer kein Unsicherheitsrisiko mehr. Die Ausnahme besteht darin, dass die Rentenzahlungen regelmässig einem Teuerungsindex angepasst werden. Da die zukünftige Teuerung heute nicht bekannt ist, geht der Versicherer ein Risiko ein.

Auf die Art und Weise, wie die Teuerung für Renten festgelegt wird, gehen wir an dieser Stelle nicht ein. Die Finanzierung der Teuerung erfolgt durch die Finanzrendite auf dem angelegten Rentendeckungskapital, und falls dieses nicht reicht, durch Erheben von zusätzlichen Beiträgen von den aktuell Versicherten (Umlagebeiträge von den Aktiven). Somit kann der Versicherer das Teuerungsrisiko auf die Aktiven abwälzen. Falls er jedoch keinen aktiven Bestand mehr hat, kann er keine Umlagebeiträge erheben. Um dieses Risiko dem Versicherer abzunehmen, wurde der Teuerungsfonds für UVG-Renten geschaffen. Zur Zeit erscheint nicht genau definiert, in welchen Situationen der einzelne Versicherer Unterstützung aus dem Teuerungsfonds erhält.

Die Arbeitshypothese im SST Testlauf 2006 ist, dass der Teuerungsfonds das Teuerungsrisiko der UVG-Renten übernimmt. Das beudeutet, dass für den SST im Testlauf in den UVG-Renten keine Risiken betrachtet werden.

4.4.11. Aggregation der versicherungstechnischen Risiken

> Vorbemerkung: Die Aggregation der Rückstellungsrisiken und der Normalschäden erfolgt im Standardmodell entweder durch Faltung der beiden Verteilungen oder abgekürzt mit der vereinfachende Annahme, dass die Summe lognormal verteilt ist.

In den vorangehenden Abschnitten wurde erläutert, wie man sowohl zu einer Verteilung des CY-Schadenaufwandes S_{CY} als auch des Abwicklungsergebnisses $(1-C_{PY})\cdot R_{PY}^{(0)}$ gelangt.

Wir benötigen insgesamt jedoch eine Verteilung des versicherungstechnischen Risikos gemäss Formel (19):

$$\left(P-K-d_{CY}^{(0)}E[S_{CY}]\right)-d_{CY}^{(0)}\left(S_{CY}-E[S_{CY}]\right)-d_{PY}^{(0)}\left(C_{PY}-1\right)R_{PY}^{(0)}$$

Bei Verwendung dieser um den Erwartungswert $E[S_{CY}]$ zentrierten Formel müssen deshalb noch die folgenden Schritte durchgeführt werden:

- Zentrierung von S_{CY} um $E[S_{CY}]$. Damit erhält man eine Verteilung von $\left(S_{CY}-E[S_{CY}]\right)$.
- Diskontierung von $\left(S_{CY}-E[S_{CY}]\right)$ mit $d_{CY}^{(0)}$.
- Diskontierung des Abwicklungsergebnisses $(1-C_{PY})\cdot R_{PY}^{(0)}$ mit $d_{PY}^{(0)}$.
- Aggregation des diskontierten CY-Schadens mit dem Abwicklungsergebnis
- Verschiebung der erhaltenen Verteilung um den deterministischen Wert $\left(P-K-d_{CY}^{(0)}E[S_{CY}]\right)$

Im Folgenden führen wir den vorletzten Punkt (Aggregation CY-Schaden mit dem Abwicklungsergebnis) näher aus:

Der Term $d_{CY}^{(0)}\left(S_{CY}-E[S_{CY}]\right)$ setzt sich wie oben gezeigt zusammen aus Normal- und Grossschäden. Für die Aggregation der Normal- und Grosschäden gibt es im Wesentlichen zwei Möglichkeiten: Es ist möglich, den Normalschadenaufwand S_{CY}^{KS} mit einer Lognormalverteilung zu modellieren (Erwartungswert und Varianz wie unter 4.4.7) und diese durch Faltung mit der Verteilung des Grossschadenaufwandes zu aggregieren. Daraus ergäbe sich die Verteilung der CY-Schäden. Dieses Vorgehen ist im folgenden Schema dargestellt.

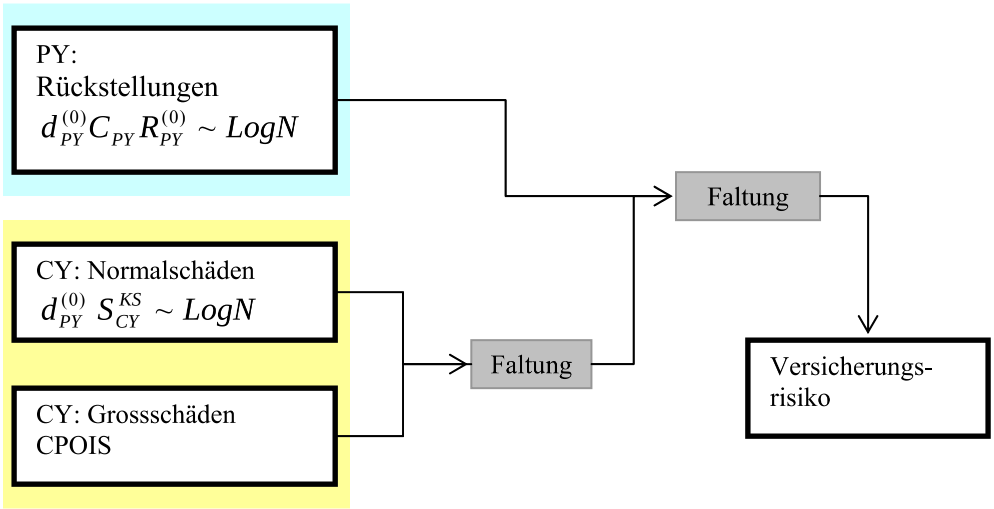


Abbildung 6: Aggregation der Versicherungsrisiken für Formel (17b) oder (19). Aggregation der Gross- und Normalschäden, anschliessend Aggregation mit dem Rückstellungsrisiko. Zu beachten ist, dass die Faltung unter Berücksichtigung der Diskontfaktoren erfolgt.

Abweichend davon ist es im Standardmodell des SST zulässig, sich eine Faltungsoperation zu ersparen. Das geschieht durch Aggregation des Normalschadenaufwandes mit der Unsicherheit der Rückstellungen

$$d_{CY}^{(0)} S_{CY}^{NS} + d_{PY}^{(0)} C_{PY} R_{PY}^{(0)}$$

Diese Aggregation kann approximativ mit einer jeweiligen Addition von Erwartungswerten und Varianzen durchgeführt werden. Der SST trifft die Annahme, dass die dabei entstehende Variable lognormal verteilt ist.

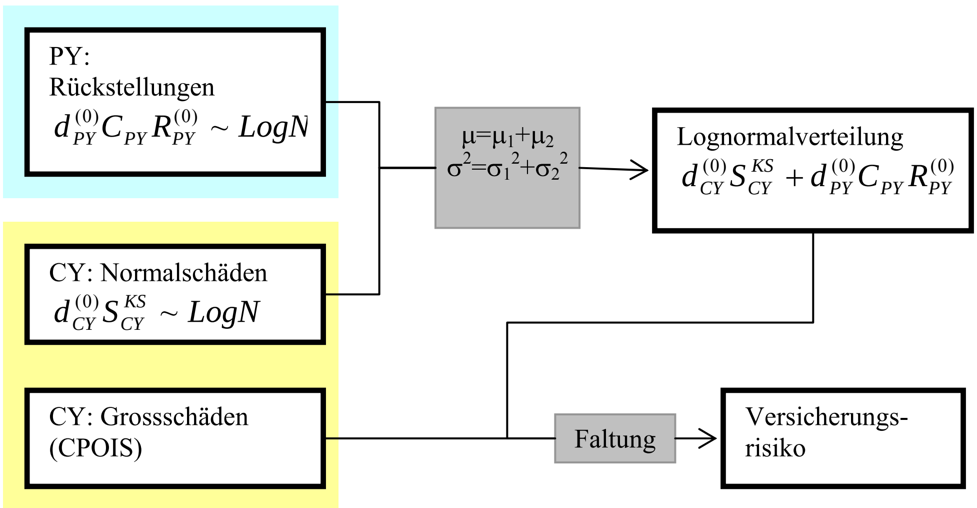


Abbildung 7: Aggregation der Versicherungsrisiken für Formel (17b) oder (19). Aggregation der Rückstellungsrisiken und der Normalschäden mit der Momentenaddition, anschliessend Aggregation mit den Grossschäden. Zu beachten ist, dass die Faltung unter Berücksichtigung der Diskontfaktoren erfolgt.

In beiden Fällen ist es ausreichend, wenn für die Normalschäden der Erwartungswert und die Varianz der Jahresschadenaufwandes geschätzt werden.

4.4.12. Rückversicherung

Es steht den Versicherern frei, Rückversicherung geeignet in die Schadenmodellierung einfliessen zu lassen. Durch die Modellierung des Grossschadenaufwandes als zusammengesetze Poisson Zufallsvariable sind zum Beispiel XL-Deckungen einfach zu berücksichtigen. Da die individuellen Rückversicherungsprogramme der einzelnen Gesellschaften zu unterschiedlich sind, werden innerhalb des SST keine weiteren Vorschriften gemacht. Ebenso sind proportionale Deckungen leicht abbildbar.

Wird die Rückversicherung bei der Schadenmodellierung einbezogen, müssen allerdings Prämien und Kosten hierfür in den Zahlungsströmen berücksichtig werden, sowie zusätzlich das Rückversicherungszenario bei der Aggregation der Szenarien herangezogen werden.

4.5. Das Standardmodell für Krankenversicherer

4.5.1. Einleitung

Anders als bei den Lebens- und Nichtlebensversicherern wird bei Krankenversicherern die vereinfachende Annahme getroffen, dass die Schadenrückstellungen der Krankenversicherer nicht mehrjährig sind, sondern sich innert Jahresfrist abbauen. Das führt dazu, dass der Wert der Schadenrückstellungen in der marktnahen Bilanz des SST nicht diskontiert ist. Demzufolge sind die Schadenrückstellungen nicht von der Zinskurve abhängig und tragen (im Unterschied zu den Rückstellungen der Lebens- und Nichtlebensversicherer) kein Zinsrisiko. Das Modell für die Marktrisiken ist somit kein Asset-Liability Modell, sondern ein reines Assetmodell.
Wegen der Einjährigkeit der Rückstellungen entfällt auch die Berechnung des „Market Value Margines".

Da die Rückstellungen unabhängig von den Zinsen sind, ist die Trennung der Marktrisiken und der versicherungstechnischen Risiken einfach zu vollziehen. Hier beschreiben wir nur das versicherungstechnischen Risiko. Auf das Marktrisiko wird in Abschnitt 4.1 eingegangen.

Das dem SST unterworfene und hier beschriebene Geschäft ist das VVG-Krankenversicherungs-geschäft. Über allfälliges Geschäft in der obligatorischen Krankenversicherung wird keine Aussage gemacht.

4.5.2. Modellierung

Die Werte der Anlagen (Assets) und Verpflichtungen (Liabilities) zu den Zeitpunkten t_0 = Beginn des Jahres und t_1 = Ende des Jahres sind $A(0)$, $A(1)$, $L(0)$ und $L(1)$. $L(0)$ und $L(1)$ enthalten Schadenrückstellungen und allfällige Allterungsrückstellungen.

Während des Jahres verändern sich die Werte der Anlagen und der Verpflichtungen. Urachen dafür sind einerseits Zahlungsströme und andererseits Wertveränderungen. Zu den wichtigen Zahlungströmen gehören die Prämieneinnahmen P, die Betriebs- und Verwaltungskosten K, die Versicherungsleistungen für Schadenfälle S und allfällige Dividenden und Couponserträge auf den Anlagen. Wertveränderungen von Positionen ergeben sich beispielsweise durch Marktwertänderungen der Anlagen (Änderung des Börsenkurses über ein Jahr). Wir gehen nun auf Modellierung der Werte der Anlagen und der Verpflichtungen im einzelnen ein.

Der Wert der Anlagen Ende des Jahres ($t = t_1$) ist

$$A(1) = (1 + R) \cdot A(0) + P - K - S \, ,$$

wobei der Term $R \cdot A(0)$ die stochastische einjährige Performance aller Anlagen wiedergibt. Darin enthalten sind sowohl Erträge (z.B. Couponszahlunge, Dividenden) als auch Kurswertveränderungen. Aus Sicht des Zeitpunktens t_0 ist die Performance eine unbekannte Grösse, eine Zufallsvariable. Sie hat einen Erwartungswert und eine Standardabweichung, die sich aus der Zusammensetzung des Assetportfeuilles ergeben.

Der Wert der Liabilites Ende des Jahres ($t = t_1$) wird zunächst geschrieben als

$$L(1) = L(0) + \Delta L \, .$$

Damit haben wir bloss das Symbol ΔL eingeführt. Einsetzen dieser Grössen in $\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0)$ ergibt:

$$= \frac{(1+R)\cdot A(0) + P - K - S - (L(0)+\Delta L)}{1+r_1^{(0)}} - A(0) + L(0)$$

$$= \frac{1}{1+r_1^{(0)}} \cdot \left((R - r_1^{(0)})\cdot A(0) + P - K - S - \Delta L + r_1^{(0)} L(0)\right)$$

Als stochastische Variablen werden einzig die Leistungen S und die Wertveränderung R der Anlagen betrachtet. Die anderen Variablen werden vereinfachend als deterministisch betrachtet.

Es ist instruktiv, die stochastischen Beiträge aufzuteilen in deren Erwartungswert und die Schwankung um den Erwartungswert. Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned}\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0) = {} & \frac{(R - E[R])\cdot A(0)}{1+r_1^{(0)}} \\ & + \frac{E[R]\cdot A(0) - r_1^{(0)}(A(0) - L(0)) + P - K - E[S] - \Delta L}{1+r_1^{(0)}} \\ & - \frac{S - E(S)}{1+r_1^{(0)}}\end{aligned}$$

Die rechte Seite setzt sich aus drei Beiträgen zusammen. Deren Interpretation ist die folgende:

- Die erste Zeile zeigt die Zufälligkeit der Marktwerte der Assets um den erwarteten Wert Ende des Jahres. Dieser Term wird mit einer um 0 zentrierten Normalverteilung modelliert.
- Die zweite Zeile besteht aus den erwarteten Ergebnissen der Finanzseite und der Versicherungsseite.
- Die dritte Zeile schliesslich ist die Unsicherheit der jährlichen Leistung um die erwartete jährliche Leistung.

Für die Risikobetrachtung müssen die als deterministisch behandelten Grössen mit dem Informationsstand zum Zeitpunkt t_0 geschätzt werden. Es handelt sich um Schätzungen für

- die erwartete Prämie P,
- die erwarteten Betriebs- und Verwaltungskosten K und
- die erwartete Veränderung der Rückstellungen ΔL.

Dasselbe gilt für die Schätzung der Erwartungswerte der als Zufallsvariablen behandelten Grössen:
erwarteten Jahresleistungen $E[S]$,
erwartete Performance der Assets $E[R]\cdot A(0)$.

> Diese Schätzungen für die Erwartungswerte sind mit denjenigen Informationen zu gewinnen, welche zur Zeit t_0 (1. Januar) vorliegen. Das gilt auch dann, wenn die Rechnungen für den SST nicht am 1.1. des Jahres, sondern später im Jahr durchgeführt werden, was in der Praxis im allgemeinen der Fall ist. Der Grund ist, dass für den SST das Einjahresrisiko des 1.1. bestehenden Portfeuilles aus der Sicht ebendieses Tages bestimmt und mit dem am 1.1. verfügbaren Kapital verglichen werden soll. Schätzungen für den Erwartungswert können Budget oder Planzahlen für das Jahr sein, falls diese nicht Wunschzahlen, sondern begründet sind.

Die Modellierung des Assetrisikos beziehungsweise die Modellierung der Performance der Assets $R \cdot A(0)$ beinhaltet zwei Punkte. Es ist zu unterscheiden zwischen der erwarteten Performance

$$E[R] \cdot A(0),$$

die vom Versicherer zu schätzen ist, und der Modellierung der möglichen Abweichungen der Perfomance von ihrem Erwartungswert

$$R \cdot A(0) - E[R] \cdot A(0) \sim N(0, \sigma).$$

Dieser Teil ist eine Zufallsvariable, von der angenommen wird, dass sie normalverteilt ist. Die Berechnung ihrer Standardabweichung σ werden Abschnitt 4.1 dargestellt.

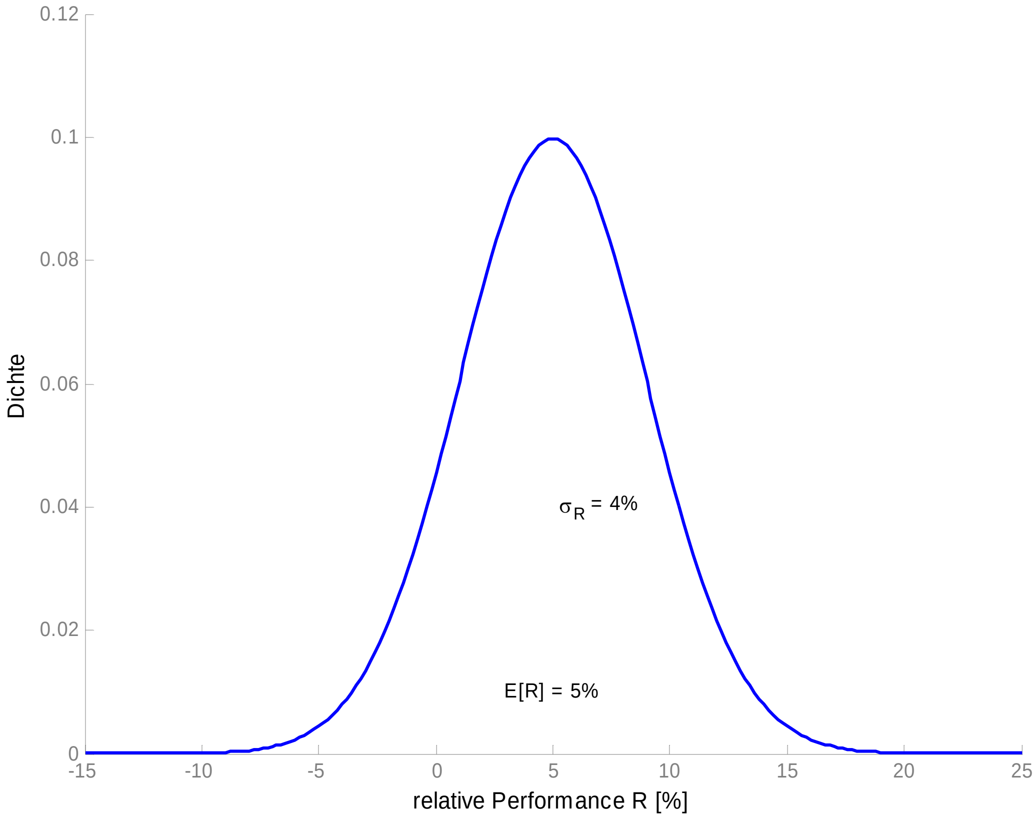


Abbildung 10: Beispiel einer Verteilung für die Performance R der Assets mit einerm Erwartungswert von 5% und einer Volatilität von 4%.

Im folgenden gehen wir auf das versicherungstechnische Risiko ein. Es wird pro Branche beschrieben, wie die Grösse $S - E[S]$ (Unsicherheit des Jahresschadens um den erwarteten Jahresschaden) im Standardmodell modelliert wird. Dabei wird der Einfachheit halber angenommen, dass sie normalverteilt ist.

4.5.3. Branchenaufteilung

Das Standardmodell des SST für Krankenversicherer unterscheidet zwischen drei Branchen ("Lines of Business", LoB). Diese sind

- E: VVG Heilungskosten und Taggeld in der Einzelversicherung

- K: Kollektivtaggeld
- O: Anderes vom Krankenversicherer betriebenes Geschäft

4.5.4. Versicherungsrisiko pro pro Branche

Wir betrachten zunächst die beiden ersten Branchen E und K. In beiden ist die Summe der Leistungen S_E und S_K in einem Jahr zu modellieren. Wir treffen die vereinfachende Annahme, dass diese normalverteilt sind. Es ist somit das Ziel, in beiden LoBs die ersten beiden Momente der Normalverteilung für die Jahresleistung zu schätzen.

Das Risiko in beiden Branchen hat zwei Ursachen:

- Zufällige Schwankungen der Anzahl Fälle und der Variabilität der Höhe der einzelnen Fälle. Das damit verbundene Risiko heisst Zufallsrisiko.
- Unsicherheit in der Schätzung der Parameter, wie z.B. erwartete Teuerung, Erwartungswert der Anzahl der Schäden, mittlere Schadenhöhe, etc. Das damit verbundene Risiko heisst Parameterrisiko.

Sowohl das Zufallsrisiko als auch das Parameterrisiko führen zu einem Varianzbeitrag. Die totale Varianz ist die Summe dieser Beiträge.

4.5.4.1. LoB E: VVG Heilungskosten und Taggeld in der Einzelversicherung

Wir benutzen folgende Notation

n_E	Anzahl Versicherte
M_E	Anzahl der Schadenfälle, Zufallsvariable, poissonverteilt
$\mu_{M_E} = E[M_E]$	Erwartungswert der Anzahl Schadenfälle
σ_{M_E}	Standardabweichung der Anzahl Schadenfälle
${Y^E}_i$	Einzelschadenhöhen (i=1,..., M), Zufallsvariablen, i.i.d.
$\mu_{Y_E} = E[{Y^E}_i]$	Erwartungswert der einzelnen Schadenhöhe
σ_{Y_E}	Standardabweichung der Einzelschadenhöhe

Zufallsrisiko

Zunächst betrachten wir das Zufallsrisiko der Jahresschadensumme.
Wir nehmen an, dass die Anzahl M_E der Schadenfälle poissonverteilt ist:

$$M_E \sim Pois(\mu_{M_E})\,. \tag{48}$$

Damit gilt für die Varianz von M_E:

$$\left(\sigma_{M_E}\right)^2 = \mu_{M_E}\,. \tag{49}$$

Über die Form der Verteilung der Einzelschadenhöhe Y_i machen wir keine Aussage.
Die Jahresschadensumme S_E setzt sich zusammen aus den einzelnen Schadenhöhen:

$$S_E = \sum_{i=1}^{M_E} {Y^E}_i\,. \tag{50}$$

Daraus folgen für den Erwartungswert und den Varianzbeitrag vom Zufallsrisiko die bekannten Ausdrücke:

$$E[S_E] = \mu_{M_E} \cdot \mu_{Y_E} \tag{51}$$

$$Var_Z(S_E) = \mu_{M_E} \cdot \sigma_{Y_E}{}^2 + \sigma_{M_E}{}^2 \cdot \mu_{Y_E}{}^2 . \tag{52}$$

Anstelle der Varianz betrachten wir den Variationskoeffizienten Vko:

$$Vko_Z^2(S_E) := \frac{Var_Z(S_E)}{E^2[S_E]} = \frac{\sigma_{Y_E}{}^2}{\mu_{M_E} \mu_{Y_E}{}^2} + \frac{\sigma_{M_E}{}^2}{\mu_{M_E}{}^2} = \frac{1}{\mu_{M_E}} \cdot (Vko^2(Y_E) + 1) . \tag{53}$$

$Vko(Y_E)$ ist der Variationskoeffizient der Einzelschadenhöhe, definiert als $Vko(Y_E) = \frac{\sigma_{Y_E}}{\mu_{Y_E}}$. Dieser Wert wird im Standardmodell vorgegeben.

<u>Parameterrisiko</u>

Der Beitrag an die Varianz von S_E durch das Parameterrisiko wird mit $Var_P(S_E)$ bezeichnet. Anstelle der Varianz können wir wiederum den Variationskoeffizienten $Vko_P(S_E)$ einführen:

$$Vko_P(S_E) = \frac{\sqrt{Var_P(S_E)}}{E[S_E]} . \tag{54}$$

<u>Zufallsrisiko und Parameterrisiko kombiniert</u>

Die Addition von Parameterrisiko ergibt

$$Vko^2(S_E) = Vko_P^2(S_E) + Vko_Z^2(S_E) = Vko_P^2(S_E) + \frac{1}{\mu_{M_E}} \cdot (Vko^2(Y_E) + 1) . \tag{55}$$

Schliesslich erhalten wir für die Varianz des Jahrsschadenaufwandes

$$Var(S_E) = Vko^2(S_E) \cdot E^2[S_E] . \tag{56}$$

In der Statistik der Krankenversicherer im SST Testlauf 2004 ergab sich

$$Vko(Y_E) \approx 5 .$$

Der Variationskoeffizient des Parameterriskos wurde von einigen Nichtlebensversicherern im Testlauf 2004 bestimmt zu

$$Vko_P(S_E) = 0.0575 .$$

Mit diesen Standardwerten ist es möglich, den Variabilität von S_E aufgrund von μ_{M_E} zu schätzen:

$$Vko^2(S_E) = 0.0575^2 + \frac{1}{E[M_E]} \cdot \left(5^2 + 1\right). \tag{57}$$

Diese Funktion ist in der Abbildung 11 gezeichnet.

Von den Standardwerten kann mit Begründung abgewichen werden.

4.5.4.2. LoB K: Kollektivtaggeld

Für das Kollektivtaggeld können zwei verschiedene Methoden für die Schätzung der Varianz benutzt werden. Diese werden vom BPV gleichwertig angenommen.

Erste Methode

Die erste Methode bestimmt die Varianz im Kollektivtaggeld wie das Modell für das Einzelgeschäft (LoB E). Sie basiert damit auf Aussagen zu Anzahl Fällen und Höhe der einzelnen Fälle. Die Annahme für die Zahl der Fälle ist, dass diese poissonverteilt ist. Ähnlich wie für die Einzelkrankenversicherung führt dieser Ansatz auf

$$Vko^2(S_K) = Vko_P{}^2(S_K) + Vko_Z{}^2(S_K) = Vko_P{}^2(S_K) + \frac{1}{\mu_{M_K}} \cdot \left(Vko(Y_K) + 1\right). \tag{58}$$

Dabei bedeutet μ_{M_K} die erwartete Anzahl der Schadenfälle und $Vko(Y_K)$ den Variationskoeffizienten für die Einzelschadenhöhe. Die Datenauswertung im SST-Testlauf 2004 lieferte folgende Parameterwerte:

$$Vko(Y_K) = 2.5$$

und

$$Vko_P(S_K) = 0.0575\,.$$

Mit diesen Standardparametern ist es wiederum möglich, den Variationskoeffizienten aufgrund von μ_{M_K} zu schätzen:

$$Vko^2(S_K) = 0.0575^2 + \frac{1}{\text{erwartete Schadenzahl}} \cdot \left(2.5^2 + 1\right). \tag{59}$$

Diese Funktion ist in der Abbildung 11 gezeichnet. Sie hängt nur noch von der erwarteten Schadenzahl ab, d.h. einer Grösse, die von den Versicherern einfach zu ermitteln ist.

Zweite Methode

Im Bereich des Kollektivtaggelds mit Lohnprozentprämie ist die Datenlage im allgemeinen dünner als im Einzelgeschäft. Beispielsweise liegen in aller Regel keine verlässlichen Angaben über die genaue Anzahl Versicherter vor.

Um die Standardabweichung der jährlichen Leistung im Kollektivtaggelds zu schätzen, wird deshalb zunächst die Standardabweichung $\hat{\sigma}_{Hist}$ der historisch beobachteten Leistungsquoten (der Leistungen im Verhältnis zum Vertragsprämienvolumen) bestimmt.

Die zu benutzende Schätzung der Standardabweichung ist dann gegeben durch

$$\hat{\sigma} = \max(\hat{\sigma}_{Hist}, \sigma_P)\,,$$

wobei $\sigma_P = 0.0575 \times E[S_K]$ die Standardabweichung des Parameterrisikos aus der ersten Methode ist. Damit wird erreicht, dass die benutzte Standardabweichung nicht tiefer ist als das die Standardabweichung aus dem Parameterrisiko.

Entgegen der Erwartung zeigte sich im Testlauf 2004, dass kleinerer Verträge nicht mit einer grösseren Standardabweichung der Leistungsquote behaftet sind. Eine zusätzliche weitergehende Datenanalyse brachte keinen plausiblen oder statistisch signifikanten Zusammenhang zwischen Risiko und anderen zugrunde liegenden Parametern zutage.

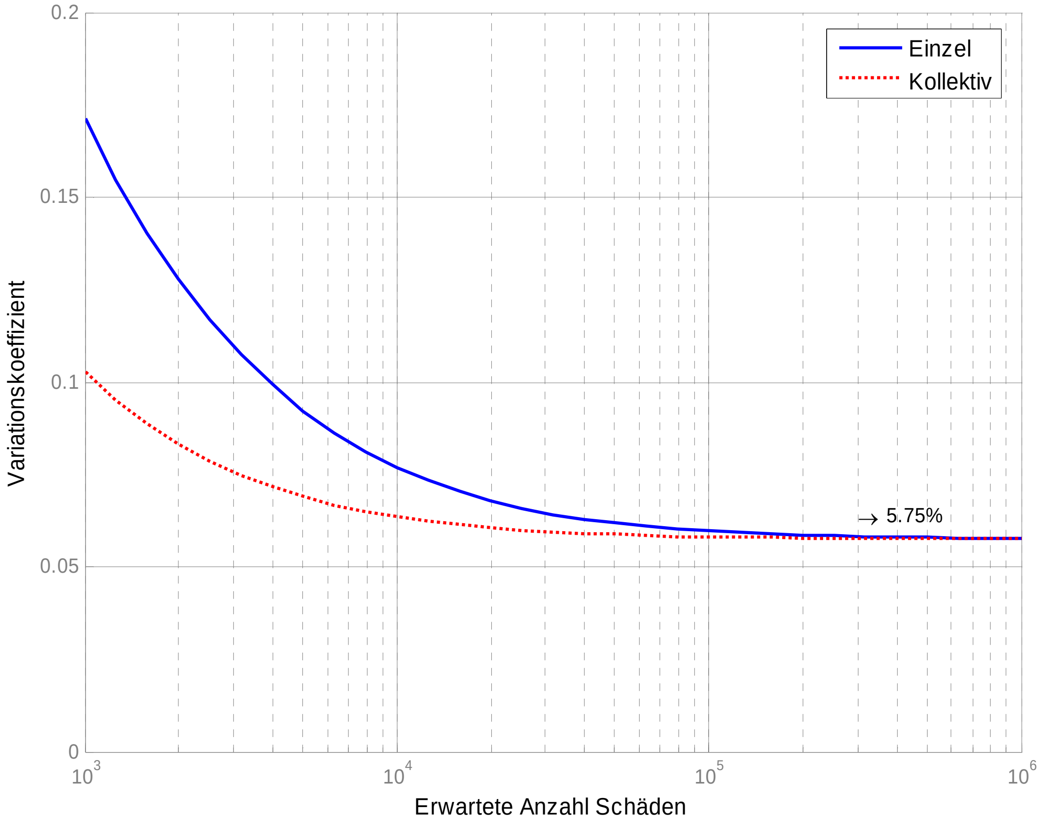


Abbildung 11:Variationskoeffizienten der Jahresleistungen für die beiden Branchen „Einzel" und „Kollektiv" als Funktion der erwarteten Anzahl Fällen im Standardmodell. Je grösser das Portfeuille, desto mehr Schäden sind zu erwarten, desto stärker ist die Diversifikation und deste mehr verschwindet das Zufallsrisiko. Das Parameterrisiko kann jedoch nicht wegdiversifiziert werden, weshalb beide Variationskoeffizienten in grossen Portefeuilles gegen den Variationskoeffizienten (5.75%) des Parameterrisikos streben.

4.5.4.3. LoB O: Anderes Geschäft

Unter die Branche „Anderes Geschäft" fällt Geschäft, welches nicht im Zusammenhang mit der Krankenversicherung steht, aber dennoch von einem Krankenversicherer betrieben wird. Darunter fallen beispielsweise Unfallversicherung oder Hausratversicherung.

Naturgemäss steckt in diesen Geschäftsfeldern ein versicherungstechnisches Risiko. Diese Risiken sind Risiken, wie sie ein typischer Nichtlebensversicherer auf sicht nimmt, dementsprechend ist die Behandlung der Risiken im SST für Nichtlebensversicherer geregelt. Demzufolge müssen die Risiken der LoB O wie im SST für Nichtlebensversicherer quantifiziert werden.

Anstelle davon kann aber ein vereinfachtes Vorgehen gewählt werden, falls das Prämienvolumen (nach eventueller Rückversicherung) der LoB O kleiner ist als 10% des gesamten Prämienvolumens der betrachteten juristischen Einheit.
Das vereinfachte Vorgehen besteht darin, dass das Verteilung des Schadenaufwandes mit einer Normalverteilung dargestellt werden kann, deren Varianz und Erwartungswert vom Krankenversicherer zu schätzen ist.

5. Szenarien

5.1. Einleitung

Eine Anforderung des SST ist die Auswertung von Szenarien. Es handelt sich dabei um Ereignisse,

- welche eine sehr geringe Eintretenswahrscheinlichkeit aufweisen und
- welche das RTK negativ beeinflussen.

Die Aufsichtsbehörde gibt eine Reihe von Szenarien vor. Diese sind von den Versicherungsunternehmung mit eigenen Szenarien zu ergänzen, welche die eigene spezifische Risikosituation wiederspiegeln. Falls ein durch ein Szenario beschriebenes Risiko nicht bereits anderweitig modelliert wurde, muss die Auswertung des Szenarios in die Berechnung des Zielkapitals einfliessen. Der SST kennt also zwei Typen von Szenarien:

- Typ 1: Szenarien, welche auszuwerten sind und deren Auswirkung mit der Verteilung des verteilungsbasierten Modelles aggregiert (Stichwort Aggregationsmethode") werden. Szenarien dieses Typs betreffen Risiken, welche im verteilungsbasierten Modell nicht abgedeckt sind.

- Typ 2: Szenarien, welche auszuwerten sind, deren Auswirkung jedoch nicht mit dem verteilungsbasierten Modell aggregiert werden. Szenarien dieses Typs beziehen sich auf Risiken, welche im verteilungsbasierten Modell bereits abgedeckt sind. Die Auswertung des Szenarios kann dazu dienen, die Annahmen im verteilungsbasierten Modell zu stützen oder anzupassen.

Bei den Szenarien sind auch Effekte zu berücksichtigen, die nicht nur die versicherte Schadenhöhe betreffen. Falls ein Szenario Auswirkungen hat, welche die Versicherungsgesellschaft anderweitig betreffen, sind diese Auswirkungen in die Rechnung einzubeziehen. Ein Szenario „Schmutzige Bombe in einer europäischen Stadt“ hat beispielsweise direkte Versicherungsleistungen zur Folge, wirft aber auch Wellen in den Finanzmärkten und der Volkswirtschaft und den Finanzmärkten. Diese sind einzubeziehen.

Für jedes Szenario i muss vom VU die erwartete Auswirkung (c_i) auf das risikotragende Kapital abgeschätzt werden. Mit der Auswertung der Szenarien kann zunächst überprüft werden, ob das risikotragende Kapital zu Anfang des Jahres unter einem solchem Szenario ausreichend ist. Die Szenarien vom Typ 1 sind aber nicht nur als Stresstest zu benutzen, sie fliessen direkt ins Zielkapital ein. Weiter unten wird die für das Standardmodell zu benutzende Methode beschrieben. Die Methode kann in vernünftigem Umfang im Sinne einer Schrittes vom Standardmodell zu einem internen Modell abgeändert werden.

5.2. Szenarien im Standardmodell

Das bisher beschriebene Teil des Standardmodells basiert auf einer Verteilungsfunktion für Änderungen des RTKs. Durch deren Einbezug wird bezweckt, den Schwanz der Verteilung besser zu erfassen. Es ist darauf zu achten, dass Schäden aus Szenarien nicht bereits durch die Schäden im verteilungsbasierten Modell abgebildet werden.

Hinter der Vorgehensweise steckt die Vorstellung, dass die analytisch modellierte Verteilung einige Extremsituationen nicht in ausreichendem Umfang berücksichtigt.

Es kann sein, dass für einige vorgegeben Szenarien die Auswirkungen für einen Versicherer positiv sind, d.h. einen Gewinn verursachen. In diesem Fall ist es zulässig, auch solche Szenarien einzubeziehen. Nicht zulässig wäre es jedoch, ein selbst-definiertes Szenario so zu formulieren, dass für den Versicherer bei der Auswertung ein Gewinn resultieren würde.

5.2.1. Liste der vorgegeben Szenarien

Die folgende Tabelle ist eine Liste der Szenarien für die Lebens-, Kranken und Nichtlebensversicherer. Die Formulierung der Szenarien bezieht sich auf das Standardmodell. Die Bedeutung der Szenarien vom Typ 2 ist im vorangehenden Abschnitt 5.1 erläutert.

Szenario	**Eintretens-Wahrscheinlichkeit**	**Leben**	**Nichtleben**	**Kranken**
Industrie	0.5%		×	
Pandemie	1%	×	×	×
Unfall während Betriebsausflug	0.5%		×	×
Unfall: Panik im Fussballstadion	Typ 2: nicht für Zielkapital relevant.		×	×
Hagelszenario	Typ 2: nicht für Zielkapital relevant.		×	
Invalidität	0.5%	×		
Krankentaggeldszenario	0.5%			×
Ausfall der Rückversicherer	Vom RV-Portfolio abhängig.	×	×	×
Financial Distress Szenario	0.5%	×	×	×
Deflation	0.1%	×	×	×
Unterreservierung	0.5%		×	×
Antiselektion bei Krankenvers.	0.5%			×
Historische Marktszenarien	je 0.1%	×	×	×
Terrorismus	0.5%	×	×	×
Langlebigkeit	0.5%	×		

5.2.1.1. Industrieszenario

Das Industrieszenario soll einen schweren Unfall in einem Industriebetrieb behandeln. Es betrachtet eine Explosion in einer Chemiefabrik. Als Beispiel können die Ereignisse in Schweizerhalle, Seveso und Toulouse dienen.

Die Auswirkungen des Szenarios sind:

- Freisetzung von toxischen Gasen (z.B. Chlorin oder Dioxin). Die Bevölkerung in der Umgebung, die Anwohner (z.B. Stadt der Grösse 20'000 Einwohner) sind mit $z_1 = 10$ % betroffen und die Personen in der Firma / Belegschaft (z.B. Unternehmen mit 500 Angestellten) mit entsprechend höherem Betroffenheitsgrad $z_2 = 20$ %.
  Von der betroffenen Bevölkerung (ohne Firmenmitarbeiter) sind
  1. $y_{11} = 1$ % Todesfälle,
  2. $y_{12} = 10$ % werden invalide und
  3. $y_{13} = 89$% haben einen Spitalaufenthalt (Heilungskosten z.B. Rauchvergiftung) mit anschliessender Gesundung.

  Von den betroffenen Firmenmitarbeiter sind
  4. $y_{21} = 10$ % Todesfälle,
  5. $y_{22} = 30$ % werden invalide und
  6. $y_{23} = 60$ % haben einen Spitalaufenthalt (Heilungskosten z.B. Rauchvergiftung) mit anschliessender Gesundung.

Die Invalidität ist begründet durch mögliche Folgen wie z.B. bei Chlorin-Austritt (Lungen/Augen/Haut- Beschädigungen/ Verätzungen). Weil sowohl Angestellte als auch Anwohner betroffen sind, werden sicher die LoB's UVG und Haft beansprucht.

- Tote und Verwundete als Resultat der Explosion betrifft nur Firmenmitarbeiter (betroffene LoB: UVG, UVG-Zusatz)
- Sachschaden an der firmeneigenen Anlage (100% Schaden, vom VA festzulegen) Betroffene LoB: Sachvesicherung.
- Sachschaden in der Umgebung, Gewässerverunreinigung (längerfristige Umweltschäden), beschädigte Fahrzeuge und Gebäude (Glasbruch) in der Umgebung, Schmerzensgeldforderungen (betroffene LoB: Haft.)
- Lohnausfall, da Fabrik für eine Weile keine oder nur bedingt die Produktion aufnehmen kann. Die führt zu Betriebsunterbruch (Annahme 4 Monate, 100% Betriebsunterbruch)
- Tote mit Lebensversicherungen, die zahlbar werden.

5.2.1.2. Pandemieszenario

Einleitung

Eine Pandemie steht für eine sich über ganze Länder und Erdteile ausbreitende Epidemie. Das griechische Wort "pandemia" bedeutet "alle Leute ". Eine Epidemie ist eine ansteckende, plötzlich auftretende und abflauende Massenerkrankung. Das griechische Wort "epidemois" bedeutet "im Volk verbreitet". Im Gegensatz dazu ist eine Endemie eine in bestimmten Gebieten ständig vorkommende Krankheit (z.B. Malaria, Kropf). Zu der Definition der Pandemie gehört, dass es sich die Krankheit durch einen neuen Erreger hervorgerufen wird, und dass sie von Mensch zu Mensch übertragen werden kann.

Eine Erklärung des Bundesamtes für Gesundheit[F] lautet:

> Eine **Epidemie** ist eine zeitlich begrenzte Ausbreitung einer Krankheit innerhalb einer menschlichen Population. Bezogen auf die Grippe spricht man in der Schweiz von einer Epidemie, wenn bei 100 Arztkonsultationen 1.5 Grippeverdachtsfälle auftreten.
>
> Eine **Pandemie** ist eine weltweite Ausbreitung einer Krankheit. Eine Pandemie ist somit im Gegensatz zu einer Epidemie örtlich nicht beschränkt. Da der Erreger dem menschlichen Abwehrsystem noch unbekannt ist, breitet sich die Krankheit schnell aus und befällt dabei einen grossen Teil der Bevölkerung.

Die Pandemie, welche im 20. Jahrhundert am meisten Todesopfer zur Folge hatte, war die Grippe in den Jahren 1918/19 („Spanische Grippe"). Sie wurde durch den Virus H1N1 verursacht und kostete mehr Menschen das Leben als der erste Weltkrieg. Die Schätzungen schwanken zwischen 20 und 50 Mio. Toten. Weitere Pandemien traten 1957/58 („Asiatische Grippe") und 1968/69 („Hongkong-Grippe) mit je etwa einer Mio. Totesopfern.

Das Pandemieszenarios besteht darin, die Auswirkungen einer Grippepandemie in der heutigen Zeit zu beschreiben. Zu diesem Zweck kann auf eine Studie des Bundesamtes für Gesundheit zurückgegriffen werden. Die untenstehende Tabelle beschreibt das Ergebnis der Studie.

Biometrische Auswirkungen in der Schweiz

Für das Szenario ist die finanzielle Auswirkung auf den Versicherer zu bestimmen. Eventuelle Folgekosten wie Witwen- und Waisenrenten sind in die Berechnung einzubeziehen. Dabei sollen die getroffenen Annahmen beschrieben werden.

Bei der Auswertung kann angenommen werden, dass der Versicherer gemäss seinem Marktanteil betroffen wird. Diese Annahme wäre jedoch nicht angebracht, wenn die Risikoexposition bei

[F] „Was ist eine Grippepandemie?", abrufbar unter http://www.bag.admin.ch/influenza/01120/index.html speziellen Gruppen (z.B. Angestellte im Gesundheitsdienst, Hochrisikepersonen etc.) über- oder unterdurchschnittlich ist

	Kinder	Erwachsene mit normaler Gesundheit	Erwachsene mit normaler Gesundheit	Ältere	Erwachsene mit höherem Risiko	Ältere mit höherem Risiko	im Gesundheits-wesen tätige Personen	Total
		15-49	50-65		15-65	>65		
Betroffene Bevölkerung	**1'249'000**	**3'155'000**	**1'080'000**	**700'000**	**383'000**	**328'000**	**269'000**	**7'164'000**
Anzahl Krankheitsfälle	1'001'136	2'242'890	485'603	228'701	226'314	107'163	173'252	4'465'059
	80%	71%	45%	33%	59%	33%	64%	62%
Anzahl Arztbesuche	508'549	966'972	210'059	123'902	128'886	66'497	78'093	2'082'958
	41%	31%	19%	18%	34%	20%	29%	29%
Anzahl Hospitalisierungen	2'928	13'287	1'884	2'824	8'317	2'570	1'411	33'221
	0%	0%	0%	0%	2%	1%	1%	0%
Anzahl Betttage	20'555	25'592	6'404	25'641	76'694	58'961	8'857	222'704
	2%	1%	1%	4%	20%	18%	3%	3%
Anzahl Todesfälle	4'831	10'295	3'521	3'072	4'995	14'190	1'096	42'000
	0%	0%	0%	0%	1%	4%	0%	1%
Anzahl ausfallender Arbeitstage	0	8'519'486	1'836'142	0	921'977	0	849'512	12'127'117

Hochrisikopersonen: Patienten in Pflegeheimen, Personen mit chronischen Atemwegsproblemen, Personen mit Störungen im Immunsystem, Schwangere,…

Auswirkungen in den Finanzmärkten

Es wird geschätzt, dass eine schwere Pandemie starke Auswirkungen auf die globalen Finanzmärkte haben würde. Die Zinsen würden fallen, Spreads steigen, und die meisten Währungen gegenüber dem Schweizer Franken abgewertet. Aktienkurse würden je nach Wirtschaftssektor einbrechen.
Die folgenden Aussagen richten sich nach [2] und[3].

Wechselkurse:

USD: - 0%
EUR: - 0%
UK: - 0%
Japan: -10%
Andere asiatische Währungen: -35%
Alle anderen Emerging-Market-Währungen: -25%

Zinssätze
Zinssatzänderungen sind in [3] erwähnt, dem wir hier folgen. Für die schweizerischen und japanische Zinssätze kann angenommen werden, dass sie nicht negativ werden und dass die Zinskurven für Laufzeiten über 10 Jahren flach sind. Die folgende Tabelle ist den Tabellen 9 und 10 von [3] entnommen. Die Angaben sind Änderungen in Basispunkten (bp).

Years	CHF	EUR	UK	USA	Japan
short	-37.0	-37.0	-83.0	-50.0	-38.0
1	-34.0	-34.0	-76.1	-45.8	-35.2
2	-31.0	-31.0	-69.2	-41.6	-32.4
3	-28.0	-28.0	-62.3	-37.4	-29.6
4	-25.0	-25.0	-55.4	-33.2	-26.8
5	-22.0	-22.0	-48.5	-29.0	-24.0
6	-19.0	-19.0	-41.6	-24.8	-21.2
7	-16.0	-16.0	-34.7	-20.6	-18.4
8	-13.0	-13.0	-27.8	-16.4	-15.6
9	-10.0	-10.0	-20.9	-12.2	-12.8
10	-7.0	-7.0	-14.0	-8.0	-10.0
>10	-7.0	-7.0	-14.0	-8.0	-10.0

Spread-Änderungen
Wir nehmen für alle Ratingklassen eine generelle Zunahme der Zinsspreads an.

AAA	+75 bp
AA	+100 bp
A	+150 bp
BBB	+200 bp
Junk	+400 bp

Aktienkurse
Wir nehmen an, dass die Kurse von Aktien je nach Sektor sehr unterschiedlich reagieren. Die Argumentation ist aus [2] übernommen.

Verlierer:	
Transport:	-50%
Tourism:	-50%
Luxury Goods:	-25%
Construction:	-25%
Resources/Materials:	-25%
Oil and Gas:	-25%
Banks:	-25%
Insurance and Reinsurance:	-25%
Food:	-25%
Gewinner:	
Pharmaceutical:	+25%
Neutral:	
Consumer (non discretionary)	0%
Utilities:	0%
Telecoms and Media:	+0%

Quelle der Daten:

[1] The Economics of Pandemic Influenza in Switzerland, prepared by MAPI VALUES for The Swiss Federal Office of Public Health, Division of Epidemiology and Infectious Diseases, Section of Viral Diseases and Sentinel Systems, James Piercy / Adrian Miles, March 2003
[2] Avian Flu, Science, Scenarios and Stock Ideas, Citigroup, Global Portfolio Strategist, 9 March 2006
[3] Global Macroeconomic Consequences of Pandemic Influenza, Warwick J. McKibbin and Alexandra A. Sidorenko, Lowy Institute for International Policy, Sydney, February 2006

5.2.1.3. UVG Szenarien

Das UVG Szenario besteht aus einem Teil (Massenpanik im Fussballstadion), welcher nur ausgewertet werden muss, und einem Teil (Unfall auf Betriebsausflug), der in das Zielkapital einfliesst. Beide Teile sind Kumulereignisse. Der Unterschied besteht darin, dass im ersten Teil eine sehr grosse Zahl von Menschen betroffen ist, der Versicherer jedoch nur gemäss seinem Marktanteil an dem Ereignis beteiligt ist. Diese Art von Kumulereignisse ist durch das verteilungsbasierte Modell bereits abgedeckt.
Im zweiten Teil wird ein Unfall auf einem Betriebausflug beschrieben. Dabei handelt es sich um ein Ereignis, von welchem ein Versicherer zu 100% betroffen ist. Diese Art von Kumulereignis wird durch das verteilungsbasierte Modell nicht beschrieben.

Unfallszenario 1: Massenpanik im Fussballstadion

Bemerkung: dieses Szenario ist zwar auszuwerten, das Resultat fliesst aber nicht in das Zielkapital ein. Grund: Kumulereignisse, welche den ganzen Markt betreffen, werden bereits durch die Compound Poisson Verteilung für das Unfallgeschäft abgedeckt.

Einsturz eines Teils eines Stadions löst Massenpanik aus.

Annahmen:

- Anzahl Menschen im Stadion: n = 10'000
- Von den n Personen werden x=0,5% invalid mit einem Invaliditätsgrad von 100%.
- Von den n Personen sterben y=0.5%, wobei je die Hälfte weiblich oder männlich sind.
- Von den n Personen werden z=24% verletzt.
- Das heisst, dass ein Viertel aller Personen ist durch einen Personenschaden betroffen ist: x+y+z=25%.
- Der Anteil des Versicherungsunternehmens ist durch den Marktanteil am schweizerischen UVG Geschäft gegeben.

Die Versicherungsschäden sind:

- Heilbehandlung, Hilfsmittel, Sachschaden: durchschnittlicher Aufwand (ohne Bagatellschäden) 20'000 CHF
- Lebenslängliche Renten:
    7. Pro Invalid Invalidenrente mit Anspruch auf Teuerungszulagen, jährliche Rente: 64'000 , Durchschnittsalter: 40 Jahre
    8. Pro Witwer/Witwe WR mit Anspruch auf Teuerungszulagen: jährliche Rente 32'000 pro Jahr, Durchschnittsalter 38 für Frauen, 42 für Männer

Weitere Parameter, die zu berücksichtigen sind:

- Wahrscheinlichkeit beim Tod verheiratet zu sein → Gemeinschafsstatistiken Kollektivleben
- Anzahl rentenberechtigten Kinder beim Tod, Alter dieser Kinder → Gemeinschaftsstatistiken Kollektivleben
- Parameter und ähnliches zur Berechnung der Cash Flows der laufenden Renten
- Teuerungszulagen : die jährliche Rente steigt nominal pro Jahr um 1%
- Zinsüberschüsse
- Umlagebeiträge
- Behandlung des Teuerungsfonds
- Koordination mit AHV

Das einzelne Versicherungsunternehmen ist gemäss seinem Marktanteil betroffen. Den monetär grössten Schaden stellen die Invaliditätsfälle dar. Daher wird im Szenario besonderes Augenmerk auf sie gerichtet. In diesen Fällen muss in aller Regel eine Rente gezahlt werden, Kapitalabfindungen können vernachlässigt werden.

Unfallszenario 2: Unfall auf Betriebsausflug:

Unfall eines Reisebusses, dessen sämtliche Insassen beim Versicherungsunternehmen gegen Unfall versichert sind. Das kann beispielsweise ein Betriebsausflug einer Firma sein, deren angestellten UVG-versichert sind. Die Unfallursache (z.B. ein Elementarereignis) sei so, kein Regress auf die Haftpflicht des Reisebusunternehmung möglich ist.

Für das Szenario werden folgende Annahmen getroffen:

- Im Bus befinden sich 50 Personen.
- Davon werden 25 Personen invalide mit einem Invaliditätsgrad von 100%.
- Die Anzahl der Todesopfer ist 15.
- 10 Personen werden verletzt.
- Der durschnittliche versicherte UVG-Lohn betrage 80'000 CHF (max. 106'000 CHF).
- 2 der 50 Personen haben eine Ergänzungsversicherungs mit einer Versicherungssumme von 5 Mio. CHF.

Schäden:

- Heilbehandlung, Hilfsmittel, Sachschaden: durchschnittlicher Aufwand (ohne Bagatellschäden) 20'000 CHF por Person
- Lebenslängliche Renten:
    1. Pro Invalid IR mit Anspruch auf Teuerungszulagen, jährliche Rente: 64'000 CHF , Durchschnittsalter: 40 Jahre
    2. Pro Witwer/Witwe WR mit Anspruch auf Teuerungszulagen: jährliche Rente 32'000 CHF pro Jahr, Durchschnittsalter 38 für Frauen, 42 für Männer

5.2.1.4. Hagelszenario

Bemerkung: dieses Szenario ist zwar auszuwerten, das Resultat fliesst aber nicht in das Zielkapital ein. Grund: Hagelereginisse sind bereits durch eine Compound Poisson Verteilung abgedeckt..

Gegeben sind vier geographische Footprints von Hagelstürmen in den vier Regionen

- Genf,
- Bern,
- Neuchâtel – Aarau und
- Zürich,

Die Footprints werden in einer separaten Datei zur Verfügung gestellt und bestehen je aus einer Liste von Postleitzahlen und zugehörigen Schadengraden für Motorfahrzeuge, Gebäude und Inhalt.

5.2.1.5. Invaliditätsszenario

Das Invaliditätsszenario ist im SST relevant für Lebensversicherer. Es stehen zwei Varianten zur Verfügung, davon ist nur eine auszuwerten:

- Anstieg der Invalidisierungsrate um 25% im Geschäftsjahr und generelle Langzeiterhöung der Invalidität von 10%.
- Anstieg der Invalidisierungsrate um 25% im Folgejahr und durchschnittliche Verlängerung der Invalidisierung von 1 Jahr (für Personen, welche schon ein Jahr invalide sind).

5.2.1.6. Krankentaggeldszenario

- Genereller Anstieg der Anzahl der Bezüger von Krankentaggeld um 25% und
- Die Bezugsdauern d werden verdoppelt. Die Limitierung der Bezugsdauer auf (typischerweise auf 730 Tage) kann berücksichtigt werden.

Falls bei der Auswertung des Szenarios die Limitierung der Bezugsdauer nicht explizit berücksichtigt wird, führt das Szenario zu einer Erhöhung der normalen jährlichen Leistungen um den Faktor

$$1.25 \cdot 2 = 2.5$$

5.2.1.7. Ausfall der Rückversicherer

Falls passive Rückversicherung in die Berechnung des Zielkapitals oder in die Bestimmung der Best Estimate Rückstellungen eingeflossen ist, so ist das Kreditrisiko, welches daraus herrührt, mit dem Rückversicherungsszenario zu bestimmen.

Das Szenario behandelt das Risiko eines Ausfalls der Rückversicherer. Es geht von der Situation aus, dass der Versicherer mit einem grossen Versicherungsschaden konfrontiert ist. Ausserdem befinden sich die Rückversicherer in einem Jahr mit einer wirtschaftlich schwierigen Lage, die dazu geführt hat, dass ihre Ratings herabgestuft wurden. Etliche Rückversicherer fallen aus, was dazu führt, dass sie ihre Verpflichtungen nicht mehr (vollständig) wahrnehmen können.

Das Erstversicherer erleidet dadurch einen Schaden, der sich aus drei Bestandteilen zusammensetzt:

- Die Rückversicherer können den rückversicherten Teil des eingetretenen Grossschadens nicht mehr übernehmen.
- Das etliche Rückversicherer ausgefallen sind, muss der Erstversicherer neue Deckungen kaufen und nochmals eine Prämie dafür entrichten.
- Die Rückversicherer können die ausstehenden Forderungen des Erstversicherer aus alten Schadenfällen nur noch zu einem Teil (LGD) begleichen.

Als Wahrscheinlichkeit des Szenarios gilt das Produkt der Wahrscheinlichkeit eines marktweiten Downgradings ($P[\text{Downgrading}] = 10\%$) und einem gewichteten Mittel der Ausfallswahrscheinlichkeiten der Rückversicherer.

$$P[\text{Szenario}] = P[\text{Downgrading}] \cdot \sum_{i}^{alleRV} \tilde{p}_i \cdot \frac{\text{Ausstand}_i + \text{Praemie}_i}{\sum_j \text{Ausstand}_j + \text{Praemie}_j}$$

wobei

- $\tilde{p}_i$ die Ausfallswahrscheinlichkeit des Rückversicherers i nach dem Downgrading und
- $\text{Ausstand}_i + \text{Praemie}_i$ die Summe von Guthaben bei und zedierte Prämie an den Rückversicherer i sind.

Der Wert des Szenarios ist definiert als:

$$k \cdot (\text{Brutto} - \text{Netto}) + k \cdot \sum_j \text{Praemie}_j + LGD \cdot \sum_j \text{Ausstand}_j$$

wobei

- $LGD = 0.5$ der Anteil der ausfallenden Forderungen ist. LDG < 1 bedeutet, dass der Ausfall einer Gegenpartei nicht zu einem vollständigen Verlust führt.
- $k = 0.5$ der Anteil des rückversicherten Schadens, der von den Rückversicherern nicht mehr übernommen werden kann.
- $\text{Brutto} - \text{Netto}$ ist ein Mass für einen grossen Schaden und definiert als das Maximum von
    1. Differenz von (Expected Shortfall brutto) – (ES netto) der Grossschadenverteilung
    2. Differenz (Szenario 1 brutto) – (Szenario 1 netto)
    3. ...
    4. Differenz (Szenario n brutto) – (Szenario n netto)

Idealisierte Ausfallwahrscheinlichkeiten nach Ratingklasse.

Moody's			**S&P**			**AM Best**	
Aaa	0.01%		AAA	0.01%		A++/A+	0.01%

Aa1	0.02%	AA+	0.02%	A/A-	0.15%
Aa2	0.03%	AA	0.03%	B++/B+	0.65%
Aa3	0.04%	AA-	0.04%	B/B-	1.39%
A1	0.05%	A+	0.05%	C++/C+	3.64%
A2	0.07%	A	0.07%	C/C-	8.27%
A3	0.09%	A-	0.09%	D	80%
Baa1	0.21%	BBB+	0.20%		
Baa2	0.34%	BBB	0.34%		
Baa3	0.50%	BBB-	0.43%		
Ba1	0.70%	BB+	0.52%		
Ba2	0.65%	BB	1.16%		
Ba3	2.38%	BB-	2.07%		
B1	3.33%	B+	3.29%		
B2	7.14%	B	9.31%		
B3	11.97%	B-	13.15%		
Caa-C	23.65%	CCC	27.87%		

5.2.1.8. Financial Distress Szenario

Das Szenario ist für Lebens- und Nichtlebensversicherer (inklusive Krankenversicherer) anwendbar und beinhaltet eine Kombination von mehreren Änderungen in der finanziellen Umwelt.

- Aktien, Immobilien, Hedgefunds verlieren an Wert (-30%),
- Zinsen steigen um 300 bp (Parallelverschiebung sämtlicher risikolosen Zinskurven aller Währungen).
- 25% Storno während des Jahres, danach normale Stornorate.
- Das Neugeschäft reduziert sich um 75%.
- Für Lebensversicherer: Im Kollektivgeschäft (BVG) kann für Verträge, welche älter als 5 Jahre sind, keinen Rückkaufabzug angewendet werden.

Wenn das Versicherungsunternehmen ein Rating besitzt und dieses höher als Subinvestmentqualität ist, so ist die innerhalb eines Jahres wirksame Auswirkung zu bestimmen, welche sich aus der Herabstufung auf Subinvestment-Grade ergibt.

Subinvestment-Grade sind:
Moody's: Ba1, Ba2, Ba3,B1, B2, B3,Caa
S&P: BB+, BB, BB-B+, B, B-, CCC

Beispiele möglicher Auswirkungen sind die Rückforderungen von Fremdkapital von Fremdkapitalgebern oder die Forderung von Kunden nach Akkreditiven (Letter of Credit).

5.2.1.9. Deflationsszenario

Dieses Szenario nimmt an, dass eine globale Deflation eintritt. Dabei wird angenommen, dass die Zinsen für alle Währungen auf vorgegebene tiefe Werte sinken. Gleichzeitig geht die Stornorate auf 0 und die Kapitaloptions-Ausübungswahrscheinlichkeit geht auf 10%.

5.2.1.10. Unterreservierungsszenario

Das Szenario nimmt an, dass die Schadenrückstellungen erhöht werden müssen. Die Aufstockung sämtlicher Schadenrückstellungen beträgt 10%. Dieses Szenario betrifft die Nichtlebens- und die Krankenversicherung.

5.2.1.11. Antiselektionsszenario für Krankenversicher

Das Szenario nimmt an, dass vor Ende des aktuellen Jahr eine Kündigungswelle der Versicherten eintritt, welche mit einer starken Antiselektion verbunden ist: alle Versicherungsnehmer, welche jünger als 45 Jahre sind, treten aus dem Bestand aus. Dies hat negative Auswirkungen auf die Prämieneinnahmen und die Leistungen im Folgejahr. Diese Auswirkungen hängen stark davon ab, wie die Prämien in Abhängigkeit des Alters der Versicherten strukturiert sind und wie stark das Finanzierungssystem auf ein Umlageverfahren oder auf Alterungsrückstellungen aufgebaut ist. Es ist beispielsweise möglich, dass das Szenario mit einer Auflösung von Alterungsrückstellungen einhergeht, welche den Wegfall des Deckungsbeitrages des kündigenden Kundenstammes kompensiert oder sogar überkompensiert. Zweitens ist es auch möglich, dass die Tarifstruktur so ausgestaltet ist, dass der wegfallende Deckungsbeitrag klein ist.

Das Szenario geht davon aus, dass, falls ein Verlust eintreten wird, am Ende des aktuellen Jahres eine Rückstellung für den zu erwartenden Verlust gebildet wird.

In einem normalen Jahr mit dem vollen Kundenbestand ist das Ergebnis

$$E^N = P_{<45} - L_{<45} - \Delta V_{<45} + P_{\geq 45} - L_{\geq 45} - \Delta V_{\geq 45} - K^N$$

Für ein Jahr mit Antiselektion gilt (da sämtliche schon gebildeten Alterungsrückstellungen der unter 45-Jährigen $V_{<45}$ frei werden)

$$E^S = 0 - 0 - 0 + V_{<45} + P_{\geq 45} - L_{\geq 45} - \Delta V_{\geq 45} - K^S$$

P, L und ΔV stehen für Prämien, Leistungen und die Veränderung von Alterungsrückstellungen; K^N und K^S sind die Betriebs- und Verwaltungskosten im Normaljahr bzw. im Jahr mit reduziertem Bestand. Dabei muss davon ausgegangen werden, dass in K^S auch Fixkosten vorhanden sind, die nicht proportional mit dem Versichertenbestand zurückgehen. Beispielsweise können der Mitarbeiterbestand und die Bürokosten nicht instantan, sondern allenfalls erst nach einigen Monaten reduziert werden. Während dieser Zeit fallen die ursprünglichen Kosten an.

Der Wert des Szenarios ergibt sich in diesem Fall zu

$$E^S - E^N = V_{<45} - (P_{<45} - L_{<45} - \Delta V_{<45} - K^N + K^S) .$$

Verglichen mit einem normalen Jahr entsteht somit ein Resultat, welches um den Betrag von Prämien minus Leistungen und Veränderung der Alterungsrückstellungen der austretenden Versicherten tiefer ist, aber um die schon gebildeten Alterungsrückstellungen der austretenden Versicherten erhöht wird.

5.2.1.12. Terrorismusszenario

Aus der Menge der Szenarien dasjenige Szenario auszuwählen, welches am ehesten durch einen terroristischen Akt ausgelöst werden kann, und bei dem in diesem Fall Deckung gewährt wird. Das Ausmass des Terrorismusszenarios wird mit dem Ausmass des Szenarios i gleichgesetzt.

5.2.1.13. Historische Finanzmarktszenarien

Es werden folgende historische Finanzmarktszenarien betrachtet:

- Stock Market Crash 1987
- Nikkei Crash 1989
- European Currency Crisis 1992
- US Interest Rates 1994
- Russia / LTCM 1998
- Stock Market Crash 2000

Jedes dieser Szenarien ist verbunden mit einer Auslenkung in mehreren Risikofaktoren. Diese sind im SST-Template ersichtlich und werden im Standardmodell automatisch ausgerechnetn, allerdings können die einzelnen Auswirkungen der Risikofaktoren von Hand korrigiert werden.

5.2.1.14. Langlebigkeitsszenario für Lebensversicherer

Beim Langlebigkeitsszenario wird angenommen, dass die Sterblichkeit doppelt so schnell abnimmt, wie angenommen. Dabei wird angenommen, dass sich die Sterblichkeit gemäss folgender Formel verhält:

$$q_{x,t} := q_{x,t_0} \cdot e^{-\lambda_x (t-t_0)}$$

Unter dem Langlebigkeitsszenario verhält sich die Sterblichkeit wie folgt:

$$q_{x,t} := q_{x,t_0} \cdot e^{-2\lambda_x (t-t_0)}$$

Werden Generationentafel verwendet, welche eine andere Extrapolation der Sterblichkeit verwenden, so sind diese sinngemäss anzupassen.

5.3. Kombination der Verteilung und der Szenarien

Das verteilungsbasierte Modell und die Szenarien berücksichtigen jeweils einen Teil aller Risiken. Ziel ist es, diese beiden Teile zu vereinigen und die Risiken in einer gesamthaften Verteilung zu betrachten. Dazu dient die im folgenden beschriebene Aggregationsmethode.

5.3.1. Die Methode

Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass höchstens ein Szenario im Jahr 2005 eintreten kann und dieses dann auch nur höchstens einmal. Diese Approximation ist akzeptabel, da wir davon ausgehen, dass die Szenarien selten sind und die Anzahl der Szenarien nicht gross ist.

Wir definieren die folgenden Ereignisse:

S_k	Szenario Nr. k mit $1 \le k \le m$ tritt ein
S_0	keines der Szenarien S_1 bis S_m tritt ein.

Des weiteren definieren wir die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$p_0 := P(S_0) =$	Wahrscheinlichkeit, dass kein Szenario eintritt
$p_k := P(S_k) =$	Wahrscheinlichkeit, dass Szenario S_k eintritt ($1 \le k \le m$)

Diese Wahrscheinlichkeiten werden in der Szenariodokumentation in 4.5 spezifiziert.

Die oben gemachte Approximation besagt, dass sich die Szenarien gegenseitig ausschliessen. Daraus folgt, dass

$$p_0 = 1 - (p_1 + p_2 + ... + p_m), \tag{60}$$

wobei $p_1 + p_2 + ... + p_m$ die Wahrscheinlichkeit ist, dass irgend eines der m Szenarien eintritt.

Für jedes Szenario S_j ist aus der Szenarioauswertung bekannt, wie gross die Auswirkung c_j auf das risikotragende Kapital ist:

$$c_j := E[RTK_{31.12}(\text{Szenario tritt ein}) - RTK_{31.12}(\text{Szenario tritt nicht ein})], \qquad \text{j=1,...,m}$$

Die Szenarien verringern in der Regel das risikotragende Kapital, so dass die c_j negative Grössen sind.

Ein Jahr, in welchem kein Szenario eintritt, wird hier „Normaljahr" genannt. In einem Normaljahr sei die Verteilungsfunktion der Änderung des risikotragenden Kapitals gegeben durch

$$F_0(x) := P\left(\frac{RTK_{31.12.}}{1+r_1^{(0)}} - RTK_{1.1.} \le x \middle| S_0\right). \tag{61}$$

Diese Funktion ist das Resultat aus dem verteilungsbasierten Modell.

5.3.2. Shift der Verteilung

Wir postulieren, dass die Verteilungsfunktion unter dem Szenario S_j gegeben sei durch

$$F_j(x) := P\left(\frac{RTK_{31.12.}}{1+r_1^{(0)}} - RTK_{1.1.} \le x \middle| S_j\right) = F_0(x - c_j), \qquad j = 1,...,m. \tag{62}$$

Hinter diesem Ansatz steht die Überlegung, dass bei einem Eintreten eines Szenarios (zum Beispiel Industrieexplosion mit 100 Mio. CHF Schadenaufwand) sämtliche möglichen Veränderungen des risikotragenden Kapitals (Δ_{RTK}) um 100 Mio. CHF kleiner sind als die möglichen Δ_{RTK} im Normaljahr. Diese Überlegung ist nicht immer gültig: Wenn sich das Szenario auf andere Risikofaktoren auswirkt, hätte dies nicht nur eine Verschiebung, sondern auch eine Verformung der Verteilungsfunktion zur Folge. Davon sehen wir aber der Einfachheit halber ab.

Die Verteilung des Δ_{RTK} ist im Falle des Eintretens des Szenarios S_j also gegeben durch die Verteilung Δ_{RTK} ohne Szenario, jedoch verschoben um den Wert $c_{j.}$

5.3.3. Aggregation

Die Aggregation der Szenarien und des Normaljahres erfolgt, indem aus den Verteilungsfunktionen der Szenarien und des Normaljahres die gesamthafte Verteilungsfunktion des ΔRTK ermittelt wird. Diese ist gegeben durch

$$F(x) = \sum_{j=0}^{m} p_j \cdot F_j(x) = \sum_{j=0}^{m} p_j \cdot F_0(x - c_j) \tag{63}$$

und lässt sich, da die Verteilungsfunktion $F_0(x)$ und damit auch die Verteilungsfunktionen $F_j(x)$ numerisch gegeben sind, für eine Menge von Stützpunkten ermitteln. Anschliessend kann für F(x) der VaR und der Expected Shortfall zum Sicherheitsniveau α bestimmt werden.

Es kann gezeigt werden, dass diese Vorgehensweise dieselbe Verteilung liefert wie die Verteilung der Summe aus der

- der stetigen Zufallsvariablen aus dem verteilungsbasierten Modell und
- der dazu unabhängigen diskreten Zufallsvariablen S mit $P(S=c_i)=p_i$ für $i=0,...,m$.

Die Intuition hinter diesem Zugang ist es, sich vorzustellen, dass die gesamthafte Verteilung des Δ_{RTK} auch mit einer Monte Carlo Simulation ermittelt werden könnte. Dazu wird eine Stichprobe aus dem Topf der ΔRTK ohne Szenarien gezogen und unabhängig davon eine zweite Stichprobe aus dem Topf der Szenarien S_0 bis S_m mit den Werten $c_{0,\dots,}$ $c_{m.}$ Die gesamthafte Änderung des RTK ist die Summe der beiden Stichprobenwerte. Darüber hinaus zeigt diese Überlegung, dass $F(x)$ auch einfach durch die Faltung der beiden Zufallsvariablen Δ_{RTK} und S berechnet werden kann.

5.3.4. Doppelzählung von Risiken

Risiken, welche sowohl im verteilungsbasierten Modell als auch in den Szenarien vorkommen, werden mit der Aggregationsmethode doppelt gezählt, was zu einem zu hohen Resultat der Risikomessung führt.

Um die doppelte Berücksichtigung von Risiken zu vermeiden, sollen nur solche Szenarien in die Aggregation einfliessen, deren Risiken nicht im verteilungsbasierten Modell abgebildet sind.

Es ist jedoch aus anderen Gründen sinnvoll, diejenigen Szenarien, bei denen eine Doppelzählung vorliegt, dennoch auszuwerten:

Szenarien sind sehr instruktiv. Sie können benutzt werden, um

- anderen Stellen die Dimension eines Risikos aufzuzeigen.
- Das Resultat einer Szenarioauswertung kann benutzt werden, um die Darstellung des Risikos im verteilungsbasierten Modell besser abzustützen, da es zusätzliche Information liefert.

5.3.5. Szenarioaggregation im Fall der Normalverteilung

Falls die kumulative Verteilung $F_0(x)$ durch Stütpunkte diskretisiert und dargestellt ist, müssen auch die Funktionswerte der Funktion $F(x)$ an den Stützstellen ermittelt werden.
Falls $F_0(x)$ eine Normalverteilung ist, kann das Verfahren kürzer gemacht werden, dieses ist im Excel-Template für Kranken- und für Lebensversicherer integriert:

Erstens ist das α -Quantil (bzw. VaR) von $F(x)$ zu bestimmen. Der Wert wird hier mit q bezeichnet. Das kann beispielsweise mit dem Verfahren nach Newton-Raphson geschehen. Zweitens kann wegen (63) der Expected Shortfall von $F(x)$

$$ES = \frac{1}{\alpha}\int_{-\infty}^{q} x \cdot f(x)dx,$$

wobei $f(x)$ die Ableitung von $F(x)$ ist, als Summe über die Szenarien dargestellt werden. Es gilt nämlich $f(x) = \sum_{j=0} p_j \varphi_{c_j,\sigma}(x)$, das heisst

$$ES = \frac{1}{\alpha}\sum_{j=0}^{m}\left(p_j \int_{-\infty}^{q} x \cdot \varphi_{c_j,\sigma}(x)dx \right).$$

$\varphi_{c_j,\sigma}(x)$ ist die Dichtefunktion der Normalverteilung mit Erwartungswert c_j und Standardabweichung σ . Die Intergralwerte sind nach Anhang 8.6.1 gegeben durch

$$\int_{-\infty}^{q} x \cdot \varphi_{c_j,\sigma}(x)dx = -\sigma^2 \cdot \varphi_{c_j,\sigma}(q) + c_j \cdot \Phi_{c_j,\sigma}(q).$$

Damit ergibt sich für den Expected Shortfall

$$ES = \frac{1}{\alpha}\sum_{j=0}^{m} p_j\left(-\sigma^2 \cdot \varphi_{c_j,\sigma}(q) + c_j \cdot \Phi_{c_j,\sigma}(q)\right)$$

Die Summe kann mit jedem Informatikmittel berechnet werden, welches die Auswertung der kumulativen Normalverteilung $\Phi_{\mu,\sigma}(x)$ erlaubt. Es ist zu hilfreich, sich zu vergegenwärtigen, dass q nicht das α -Quantil von $\Phi_{c_j,\sigma}$, sondern von $F(x)$ ist. Aus diesem Grund ist $\Phi_{c_j,\sigma}(q) \neq \alpha$.

6. Market Value Margin

6.1. Einführung

Die Market Value Margin (MvM) einer Position ist definiert als die Differenz des marktnahen Wertes und des Erwartungswertes des Zahlungsstromes der Position. Von vielen finanztechnischen Positionen wie Aktien und Obligationen kennt der Markt den Marktwert wegen der Tatsache, dass diese Positionen gehandelt werden. In diesen Fällen ist die MvM implizit im Preis enthalten und ist für die Zwecke des SST nicht weiter interessant.

Versicherungstechnische Verpflichtungen jedoch haben die Eigenschaft, dass erstens ihr Marktwert in aller Regel nicht beobachtbar ist und zweitens der Erwartungswert des Zahlungsstromes nur geschätzt werden kann. Deshalb muss, wenn es um die Berechnung des Marktwertes einer versicherungstechnischen Position geht, die Market Value Margin ein Modellwert ermittelt werden.

Ist ein Portfolio im Run-Off, d.h. in der Abwicklung, so kommt der Versicherungsnehmer nicht zu Schaden, falls ein anderer das Run-Off-Risiko (Abwicklungsrisiko) trägt. Dies ist erstens dann der Fall, wenn der Versicherer das Risiko mit einem genügend vorhandenen risikotragenden Kapital trägt, oder zweitens wenn eine aussenstehende Instanz (ein anderer Versicherer, ein Investor, ein Kapitalgeber) das Portfolio übernimmt oder, äquivalent, zusätzliches Kapital beisteuert. In diesem zweiten Fall muss die aussenstehende Instanz Risikokapital für den Run-Off bereitstellen. Sie wird dazu bereit sein, falls sie dafür entschädigt wird.

Der Preis für eine versicherungtechnische Verpflichtung setzt sich somit zusammen aus einem Betrag für die erwartete Abwicklung und einer Entschädigung für das damit einhergehende Risiko. Nach der obigen Definition ist dies genau die Market Value Margin.

Der Modellwert, der für die Market Value Margin für ein Portfeuille, das versicherungstechnische Verpflichtungen enthält, benutzt wird, basiert auf der Überlegung, dass sich die MvM aus Kapitalkosten oder Dividenden zusammensetzt. Diese beinhalten rein rechnerisch einen risikofreien Anteil $r_1^{(0)}$ und einem darüberliegenden, risikobehafteten Anteil i_{spread} (Spread), dessen Höhe auf 6% festgelegt wurde.

Das Konzept der Market Value Margin ist zu jedem Zeitpunkt gültig. Im allgemeinen interessiert der Marktwert und damit die MVM im heutigen Zeitpunkt t_0. Im SST allerdings ist aber vor allem der Wert am Ende des Jahres (t_1) von Bedeutung. Deswegen behandeln wir an dieser Stelle die MVM unter diesem Gesichtspunkt.

Der Risikokapitalgeber wird nach der obigen Argumentation zur Zeit t_1 das Risikokapital K_{t_1} zur Verfügung stellen, wenn er dafür eine Dividende $\left(r_1^{(0)} + i_{spread}\right)\cdot K_{t_1}$ bekommt. Das Risikokapital kann risikofrei einjährig angelegt werden, es generiert also bereits den Anteil $r_1^{(0)} \cdot K_{t_1}$. Somit ist es ausreichend, wenn zusätzlich der Betrag $i_{spread} \cdot K_{t_1}$ zur Verfügung steht. Dieser wird aus dem Topf der Market Value Margin entnommen. Dasselbe gilt für die weiteren folgenden Jahre.

Es ist wichtig, dass die MvM die übernehmende Partei für versicherungstechnische Risiken, nicht aber für sämtliche übernommene Risiken entschädigen muss. Dazu stelle man sich ein Portefeuille erstens aus den den versicherungstechnischen Verpflichtungen und zweitens aus existierende Instrumenten (Assets) vor, welche die Verpflichtungen bestmöglich replizieren. Für ein Nichtlebenportfeuille könnten dies beispielsweise Staatsobligationen sein, die den erwarteten Zahlungsstrom der Verpflichtungen produzieren.

Die MvM muss nur die Risiken dieses Portfeuilles entschädigen. Die Marktrisiken im heute existierenden Portefeuille, worin die Assets in der Regel anders zusammengesetzt sind als in einem optimal replizierenden Portfeuille, muss die MvM hingegen nicht abdecken.

Drei einfache Beispiele sollen dies zeigen.

6.1.1. Beispiel A

Das erste Beispiel besteht aus einer Aktie als Aktivum und der versicherungstechnischen Verpflichtung, in 10 Jahren 100 CHF zu zahlen. Um das Beispiel einfach zu gestalten, hat die Verpflichtung hat die Eigenschaft, dass sie kein versicherungtechnisches Risiko beinhaltet.
Es ist erstens klar, dass der diskontierte Erwartungswert der Verpflichtung gleich $100/(1+r_{10})^{10}$ ist, das heisst dem Barwert einer sicheren Zahlung in 10 Jahren. Zweitens ist derselbe Wert auch gleich dem Marktwert, denn die Verpflichtung kann als negativer Zerocouponsbonds (anders ausgedrückt als Shortposition in einer Zerocouponsobligation) aufgefasst werden. Da der diskontierte erwartete Wert offensichtlich gleich dem Marktwert ist, ist die Market Value Margin in diesem Fall Null.

Zwar übernimmt die Partei, die das Paket kauft, ein Marktrisiko, nämlich, dass sich der Aktienpreis und die Zinsen verändern. Muss sie dafür nicht mit einer MvM entschädigt werden? Die Antwort ist aus zwei Gründen nein.

- Die Aktie kann verkauft und an ihrer Stelle eine Zerocouponsobligation gekauft werden. Das entstehende Portefeuille besteht dann aus der Zerocouponsobligation und der Verpflichtung, einer negativen Zerocouponsobligation. Diese heben sich gegenseitig auf, ein Risiko besteht keines mehr nicht. Es besteht somit kein Grund, mit einer MvM ein Risiko zu entschädigen.
- Sollte sich der Käufer des Portfeuilles entscheiden, die Aktie zu behalten, übernimmt er die erwähnten Marktrisiken. Diese sind in den Preisen der Aktie und der diskontierten Verpflichtung schon enthalten. Erstens berücksichtigt der Marktwert der Aktie bereits das Risiko, dass sich der Wert der Aktie ändern kann. Zweitens ist die Abgeltung für das Zinsrisiko im diskontierten Wert der Verpflichtung ebenfalls im Wert enthalten.

6.1.2. Beispiel B

Das zweite Beispiel betrachtet wie das erste Beispiel ebenfalls eine risikofreie versicherungstechnische Verpflichtung und eine risikobehaftetes Anlage. Im Unterschied zum ersten Beispiel sei diese Anlage aber illiquide. Das bedeutet, dass das Asset nicht sofort zu verkaufen und die übernehmende Partei somit gezwungen ist, das Risiko über eine gewisse Zeit zu tragen. Dennoch muss sie dafür nicht mit einer Market Value Margin auf den Liabilities entschädigt werden. Wie im vorangehenden Beispiel beinhaltelt der Marktwert der Anlage bereits die Entschädigung für das Marktrisiko.
Ausserdem ist im Martwert ein Abschlag für die Illiquidität enthalten: zwei Obligationen mit identischen Eigenschaften ausser der Liquidität unterscheiden sich im Marktwert. Der Wert des illiquiden Titels ist am Martk geringer als der des liquiden.

6.1.3. Beispiel C

Das dritte Beispiel besteht aus einer Verpflichtung, deren Zinsrisiken nicht durch ein Matsching mit existierenden Finanzinstrumenten (Obligationen, Derivate) zum Verschwinden gebracht werden können. Die Ursache kann in darin liegen, dass für eine in ferner Zukunft liegende Zahlungen keine Obligation existiert, oder dass eine in den Verpflichtungen eingebettete Option von der Zinskurve abhängig ist, ohne replizierbar zu sein. In beiden Fällen besteht in der Verpflichtung ein Zinsrisiko, welches nicht zu vermeiden ist.
Für dieses Zinsrisiko muss die übernehmende Partei entschädigt werden, da es unvermeidbar ist. Weil kein anderer Wert eine Entschädigung beinhaltet, muss eine solche Teil der MvM sein.

Die drei Beispiele zeigen, dass die MvM ein Abgeltung für Risiken darstellt, die versicherungstechnischen Ursprunges sind, oder die als Marktrisiken in den Verpflichtungen enthalten sind und sich nicht durch andere Finanzinstrumente replizieren lassen.

6.2. Definition der Market Value Margin

Basierend auf dem Spreadzinssatz und den in den einzelnen Jahren nach t_1 zu stellenden einjährigen Risikokapitalien ergibt sich die Definition des Market Value Margines:

$$\frac{MvM}{1+r_1^{(0)}} := i_{spread} \cdot \left(\frac{K_{t_1}}{(1+r_1^{(0)})} + \frac{K_{t_1+1yr}}{(1+r_2^{(0)})^2} + \frac{K_{t_1+2yr}}{(1+r_3^{(0)})^3} + \ldots \right).$$

Es ist festzuhalten, dass der Market Value Margin nicht dem Risikokapitalgeber, sondern dem Versicherungsnehmer gehört. Der Risikokapitalgeber hat bloss alljährlich das Recht, sich aus dem Topf des Market Value Margines die Dividende

$$i_{spread} \cdot K_t$$

auszahlen zu lassen.

6.3. Zukünftige Einjahresrisiken

Es stellt sich die Frage, wie die einzelnen zukünftigen Einjahresrisiken K_t ($t = t_0 + 1\text{yr}, +2\text{yr}, +3\text{yr}, \ldots$) berechnet werden können. Entweder wird für jedes der kommenden Jahre eine volle Risikobetrachtung mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen, d.h. praktisch ein SST, durchgeführt, oder die K_t werden auf geeignete Art und Weise approximiert. Es kann die vereinfachende Annahme sinnvoll sein, dass die Risiken K_t proportional zu einer anderen Grösse p_t sind, deren Zeitentwicklung besser bekannt ist, beispielsweise die verbleibenden Rückstellungen. Andere Proportionalitäten sind ebenfalls denkbar. Für die Lebensversicherung zum Beispiel die Versicherungssumme, erwarte zukünftige Todesfallzahlungen, erwartete Anzahl Invaliditätfälle, etc. oder anderes. Mit einer solchen Annahme ergibt sich

$$K_t = \frac{p_t \cdot K_0}{p_0}.$$

Weitere Ausführungen über die Market Value Margin sind in den beiden Dokumenten
„A Primer for Calculating the SST Cost of Capital Risk Margin“ und
„The Swiss Experience with Market Consistent Technical Provisions - the Cost of Capital Approach“
zu finden. Beide sind im Web unter http://www.bpv.admin.ch/themen/00506/00552/00727/ zugänglich.

7. Referenzen

SST 2006 Marktrisikomodell, http://www.bpv.admin.ch/themen/00506/00552

Beschreibung des Inputs für die Sensitivitäten im Marktrisikomodell für den SST Feldtest 2006, http://www.bpv.admin.ch/themen/00506/00552

M. Buchwalder, M. Merz, H. Bühlmann, M. V. Wüthrich: Estimation of Unallocated Loss Adjustment Expenses, Mitteilungen der SAV, Heft 1/2006, Teil D.

International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, Juni 2004, Basel Committee on Banking Supervision, BIS

A Primer for Calculating the SST Cost of Capital Risk Margin“, http://www.bpv.admin.ch/themen/00506/00552/00727/

The Swiss Experience with Market Consistent Technical Provisions - the Cost of Capital Approach, http://www.bpv.admin.ch/themen/00506/00552/00727/

The Economics of Pandemic Influenza in Switzerland, prepared by MAPI VALUES for The Swiss Federal Office of Public Health, Division of Epidemiology and Infectious Diseases, Section of Viral Diseases and Sentinel Systems, James Piercy / Adrian Miles, March 2003

Avian Flu, Science, Scenarios and Stock Ideas, Citigroup, Global Portfolio Strategist, 9 March 2006

Global Macroeconomic Consequences of Pandemic Influenza, Warwick J. McKibbin and Alexandra A. Sidorenko, Lowy Institute for International Policy, Sydney, February 2006

8. Anhang

8.1. Notationen

α	Quantilniveau, $0 < \alpha < 1$, nahe bei 0. Momentan und sehr wahrscheinlich auch später ist $\alpha = 1\%$.
$1-\alpha$	Sicherheits- oder Konfidenzniveau des SST, nahe bei 1.
t	Zeit. Wir identifizieren im folgenden den Beginn (1. Januar, 0 Uhr) des aktuellen Jahres mit t_0 und das Ende (31. Dezember, 24 Uhr) desselben Jahres mit t_1.
RTK(t)	risikotragendes Kapital (verfügbares Kapital) zum Zeitpunkt t.
ZK	Zielkapital, erforderliches RTK zum Zeitpunkt t_0.
MVM	Market Value Margin der Verpflichtungen, approximiert durch den Barwert der Kapitalkosten für zukünftige Zielkapitalien des Runoff-Portefeuilles.
$(r_j^{(0)} \equiv 0, r_1^{(0)}, r_2^{(0)}, ...)$	heutige Kurve der risikofreien Zinsen: risikofreie Renditen zum Zeitpunkt t_0 für Laufzeiten von 0, 1, 2,...Jahren.
$v_j^{(0)} = \frac{1}{(1+r_j^{(0)})^j}$	Diskontfaktor für die Ermittlung des Barwertes zum Zeitpunkt t_0 einer im Zeitpunkt $t_0 + j$ yr erfolgenden Zahlung.
$(R_j^{(1)} \equiv 0, R_1^{(1)}, R_2^{(1)}, ...)$	Kurve der risikofreien Zinsen am Ende des Jahres: im Zeitpunkt t_1 gültige risikofreie Renditen für Laufzeiten von 0, 1, 2, ... Jahren. Aus der Sicht des Zeitpunktes t_0 sind die $R_j^{(1)}$ Zufallsvariablen.
$V_j^{(1)} = \frac{1}{(1+R_J^{(1)})^j}$	Zufallsvariable für den Diskontfaktor für die Ermittlung des Barwertes zum Zeitpunkt t_1 einer im Zeitpunkt $t_1 + j$ yr erfolgenden Zahlung. Aus der Sicht des Zeitpunktes t_0 sind die $V_j^{(1)}$ Zufallsvariablen.
$A(t)$	Marktwert der Assets zum Zeitpunkt t, wobei im SST bloss t_0 und t_1 vorkommen.
$L(t)$	Diskontierter Best Estimate Wert der Liabilities zum Zeitpunkt t.
R_I	Zufallsvariable für die Performance der Anlagen im aktuellen Jahr.
Δ_{RTK}	Differenz $\frac{RTK(1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(0)$. Beachte, dass die Differenz $RTK(1) - RTK(0)$ im SST nicht benutzt wird.
LoB	Line of Business, Branche

8.2. Leben: Das Zielkapital in einem Normaljahr

Das Zielkpapital wird mit TC bezeichnet und ist definiert als expected shortfall (ES) der Differenz des risikotragenden Kapitals $C(1)$ minus $C(0)$, wobei $C(t) = A(t) - L(t)$. Hier bezeichnet $A(t)$ den marktnahen Wert der Assets zum Zeitpunkt t und $L(t)$ den Best Estimate der Liabilities zur Zeit t, siehe Abschnitt 1.2. Der Zeitpunkt $t = 0$ entspricht dem 31. Dezember 2003 und $t = 1$ dem 31. Dezember 2004.

Wir bezeichnen mit $Z(t) = (Z^1(t), Z^2(t), \ldots, Z^d(t))$ den Vektor der Risikofaktoren zum Zeitpunkt *t.* Wir nehmen an, dass gilt

$$C(t) = f\big(Z(t)\big)$$

mit einer zeitinvarianten Funktion *f*. Setze $X(t) = Z(t) - Z(t-1)$. Der Vektor $X(t)$ bezeichnet die *Änderung* der Risikofaktoren zwischen dem Zeitpunkt $t-1$ und *t.*
Wir können somit schreiben

$$\begin{aligned} C(1) &= f\big(Z(1)\big) \\ C(1) - C(0) &\approx \nabla f\big(Z(0)\big) \cdot X(1) \\ &= f\big(Z(0) + Z(1) - Z(0)\big) \\ &= f\big(Z(0) + X(1)\big) \\ &\approx f\big(Z(0)\big) + \nabla f\big(Z(0)\big) \cdot X(1) \\ &= C(0) + \nabla f\big(Z(0)\big) \cdot X(1) \end{aligned}$$

Daraus folgt:

und daraus für das Zielkapital:

$$TC = \mathrm{ES}\big[C(1) - C(0)\big] \approx \mathrm{ES}\big[\nabla f\big(Z(0)\big) \cdot X(1)\big]$$

Je kleiner die Auslenkungen $X(1)$, um so besser die Güte der (linearen) Approxi-mation.

Schreibe $b = \nabla f\big(Z(0)\big) = \big(\partial C(0)/\partial x^1, \ldots, \partial C(0)/\partial x^d\big)$. Die Grösse $\partial C(0)/\partial x^j$ bezeichnet die relative Änderung (Sensitivität) des risikotragenden Kapitals $C(0)$ zum Zeitpunkt $t = 0$ pro Einheit Auslenkung des Risikofaktors x^j.

Gemäss SST Richtlinien nimmt man an, dass der Vektor $X(1)$ eine multivariate Normalverteilung hat mit Mittelwert $\mu = 0$ und Kovarianzmatrix Σ. Die Kovarianzmatrix Σ ist gegeben durch

$$\Sigma = \Delta\ R\ \Delta$$

wobei $R = \big(\rho_{ij}\big)_{i,j}$ die Korrelationsmatrix darstellt, welche die lineare Abhängigkeits-struktur unter den Risikofaktoren festlegt. Weiter bezeichne $\Delta = \mathrm{diag}\big(\sigma_{11}, \ldots, \sigma_{dd}\big)$ die Diagonalmatrix bestehend aus den Standardabweichungen der Änderungen der Risikofaktoren. Die Matrizen *R* und Δ werden vom Aufsichtsamt vorgegeben.

Da der Vektor $X(1)$ multivariat normalverteilt ist, ist das Produkt $b' X(1)$ univariat normalverteilt mit Mittelwert $\mu = 0$ und Varianz $b'\Sigma b$. Der expected shortfall und damit das Zielkapital lassen sich somit explizit berechnen:

$$TC = \mathrm{ES}\big[b' X(1)\big] = \frac{\sqrt{b'\Sigma\, b}}{\alpha}\varphi(q_\alpha(Z))$$

wobei φ die Dichtefunktion der (univariaten) Standardnormalverteilung und $q_\alpha(Z)$ das α-Quantil einer standard-normalverteilten Zufallsvariablen *Z* bezeichnet. Beachte, dass für $\alpha = 0.01$ gilt $q_\alpha(Z) = -2.3263$, $\varphi(q_\alpha(Z)) = 0.026652$ und daraus

$$\frac{\varphi(q_\alpha(Z))}{\alpha} = 2.6652$$

Der so beschriebene Ansatz legt das Standard-Regime im Leben fest.

8.3. Beispielrechnung für Markt- und Versicherungsrisiken eines Lebensversicherers

Das vorliegende Beispiel ist eine stark vereinfachte Darstellung des oben beschriebenen Modells und soll primär die Mechanik des Standardmodells darstellen. Insbesondere wird auch angenommen, die Überführung der statutarischen Bilanz in die Marktwertbilanz (marked-to-market) sei schon vorgenommen.

8.3.1. Ausgangssituation

Für eine Versicherung mit folgender Marktwertbilanz soll das Zielkapital bestimmt werden. Nebst dem Sensitivitäten-getriebenen (analytischen) Zielkapital sollen auch die Szenarien „Pandemie“ und „Invalidität“ mitberücksichtigt werden. Die drei Risikofaktoren Zins, Aktien und Storno werden mit folgenden Sensitivitäten betrachtet:

- Zins (+/- 1 bp)
- Aktien (+/- 10%)
- Storno (+/- 10% des best estimate)

8.3.2. Schritt 0: Bestimmung der Marktwertbilanz

	Position	Wert	Duration (Jahre)
Assets:	Aktien	10	-
	Bonds	90	5
Liabilities:	Reserven	80	10
	IBNR	5	0
	risikotragendes Kapital	15	

8.3.3. Schritt 1: Berechnung der Sensitivitäten

Sensitivitäten des risikotragenden Kapitals

Risikofaktor	Wert	Kommentar
Zinsen	+ 0.035	bei +1 bp Zinsänderung (-4.5 Verlust auf Bonds, + 8 Gewinn auf Reserven, +0 bei IBNR)
Aktien	+ 0.1	bei +1% Änderung des Aktienindex
Storno	- 0.05	Bei +10% Änderung der lapse rate, z.B. von 2% p.a. auf 2.2% p.a.

„Wert“ wird von den Gesellschaften bestimmt.

8.3.4. Schritt 2: Definition der Auslenkungen (Volatilitäten) der Risikofaktoren

Diese Definition bedarf sorgfältiger Kalibration (s. Appendix), da die Normalverteilungsannahme, z.B. für Zinssätze klar nicht erfüllt ist. Für das Zahlenbeispiel nehmen wir folgende Auslenkungen an, die einem 1% ES entsprechen sollen. Das BPV gibt vor, wie gross diese Auslenkungen sind.

Risikofaktor	Auslenkung	Auslenkung des RTK in CHF
Zins	125 bp	4.375
Aktien	25%	2.5
Stornorate	100%	-0.5

Erläuterung: $4.375\,\text{CHF} = 0.035\,\frac{\text{CHF}}{bp}\cdot 125bp$

8.3.5. Schritt 3: Bestimmung der Varianz/Kovarianzmatrix Σ:

Die Korrelationsmatrix R wird vom BPV vorgegeben. In diesem Beispiel gelte:

	Zins	**Aktien**	**Storno**
Zins	1	-0.25	0
Aktien	-0.25	1	0
Storno	0	0	1

Aus R und den Auslenkungen lässt sich die Kovarianzmatrix berechnen:

$$\Sigma = \Delta\, R\, \Delta$$

wobei

$$\Delta = \operatorname{diag}(125,0.025,1) = \begin{pmatrix} 125 & 0 & 0 \\ 0 & 0.025 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

8.3.6. Schritt 4: Berechnung des Zielkapitals basierend auf den Sensitivitäten, d.h. ohne Szenarien

$$TC = 2.6652 \cdot \sqrt{b'\,\Sigma\, b} = 4.49$$

Berechnung des (analytischen) Zielkapitals mit Varianz-Kovarianz Ansatz:

wobei $b = (0.035, 0.1, -0.05)$

8.4. Bemerkungen zu der Modellierung von Nichtlebensversicherern

8.4.1. Branchenaufteilung für Nichtlebensversicherer

Nummer	Bezeichung	Erläuterungen
1	MFH	Motorfahrzeughaftpflichtversicherung
2	MFK	Motorfahrzeugkaskoversicherung ohne Schäden aufgrund von grossen Elementarereignssen
3	Sach	Feuerversicherung Elementarschadenversicherung Bauwesenversicherung Unternehmensachversicherung Engineering, Maschinenversicherung Diebstahlversicherung Hausratversicherung Übrige Versicherungen gegen Sachschäden
4	Haftpflicht	Gebäudehaftpflichtversicherung, Privathaftpflichtversicherung, Unternehmenshaftpflichtverischerung Bauherrenhaftpflichtversicherung Allgemeine Haftpflichtversicherungen
5	UVG	Obligatorische Berufsunfallversicherung Obligatorische Nichtberufsunfallversicherung Freiwillige UVG Zusatzversicherung
6	Unfall ohne UVG	Einzelunfallversicherung UVG Zusatzversicherung Motorfahrzeuginsassen-Unfallversicherung Übrige Kollektivunfallversicherungen
7	Kollektiv-Kranken	Kollektivkrankenversicherung
8	Einzel-Kranken	Einzelkrankenversicherung
9	Transport	Transportgüterversicherung Schienenfahrzeugkaskoversicherung Wasserfahrzeugkaskoversicherung Wasserfahrzeughaftpflichtversicherung
10	Luftfahrt	Luftfahrzeugkaskoversicherung Luftfahrzeughaftpflichtversicherung
11	Finanz und Kaution	Kreditversicherung Kautionsversicherung Baugarantieversicherung Versicherungen gegen finanzielle Verluste
12	Rechtsschutzversicherung	Rechtsschutzversicherung
13	Andere	Reise-, Touristen-, Verkehrsserviceversicherung Epidemieversicherung

Tabelle: Definition der modellierten Schadentypen

8.4.2. Branche-Korrelationsmatrix für CY-Normalschäden

Im Standardmodell gilt folgende Korrelationsmatrix ($\rho_{i,j}$):

	MFH	MFK	Sach	Haft-pflicht	UVG	Unfall ohne UVG	Kollektiv Kranken	Einzel Kranken	Trans-port	Luft-fahrt	Finanz und Kaution	Rechtsschutzversicherung	Andere
MFH	1	0.5		0.25	0.25	0.25							
MFK	0.5	1	0.25										
Sach		0.25	1	0.25									
Haftpflicht	0.25		0.25	1									
UVG	0.25				1	0.5	0.5						
Unfall ohne UVG	0.25				0.5	1	0.5						
Kollektiv Kranken					0.5	0.5	1	0.25					
Einzel Kranken							0.25	1					
Transport									1				
Luftfahrt										1			
Finanz und Kaution											1		
Rechtsschutzversicherung												1	
Andere													1

Tabelle: Korrelationsmatrix für Normalschäden

8.4.3. Variationskoeffizienten des Parameterrisikos für CY Normalschäden

Aufgrund einer Auswertung von Gemeinschaftsstatistiken werden die Standardwerte für die $VK_{p,i}$ pro Branche wie folgt festgelegt:

Branche	Variationskoeffizient Parameterrisiko
MFH	3.50%
MFK	3.50%
Sach	5.00%
Haftpflicht	3.50%
UVG	3.50%
Unfall ohne UVG	4.75%
Kollektiv Kranken	5.75%
Einzelkranken	5.75%
Transport	5.00%
Luftfahrt	5.00%
Finanz und Kaution	5.00%
Rechtsschutzversicherung	5.00% (vorläufig)
Andere	4.50%

Tabelle: Variationskoeffizienten für das Parameterrisiko

8.4.4. Variationskoeffizienten für CY Normalschäden (Zufallsrisiko)

Die Tabelle gibt einen Überblick über die standardmässig vorgegebenen Variationskoeffizienten für die Berechnung des Zufallsrisikos, abhängig von der unternehmens- und branchenindividuellen Grossschadengrenze (1 Mio. oder 5 Mio. CHF).

Branche	**Variationskoeffizient**	
	Grossschadengrenze 1 Mio.	**Grossschadengrenze 5 Mio.**
MFH	7	10
MFK	2.5	2.5
Sach	5	8.
Haftpflicht	8	11
UVG	7.5	9.5
Unfall ohne UVG	4.5	5.5
Kollektiv Kranken	2.5	2.5
Einzelkranken	2.25	2.25
Transport	6.5	7
Luftfahrt	2.5	3
Finanz und Kaution	5	5
Andere	5	5

Tabelle 5. Variationskoeffizienten für die Einzelschadenhöhen

8.4.5. Herleitung des Variationskoeffizienten des Jahresschadenaufwandes der Normalschäden

8.4.5.1. Parameterrisiko und Zufallsrisiko

Im Normalschadenbereich wird der Jahresschaden S einer LoB durch den Erwartungswert E[S] und den Variationskoeffizienten Vko(S) beschrieben. Die Variabilität des Jahresschadens kann geschrieben werden als eine Summe von Beiträgen aus

- dem Parameterrisiko und
- dem Zufallsrisiko (stochastisches Risiko).

Das Parameterrisiko des Schadenaufwandes S ist auf die Variabilität oder Unsicherheit der Verteilungsparameter zurückzuführen. Diese Parameter sind unsicher, weil entweder die Schätzung der Parameter unsicher ist (kleine statistische Basis), oder weil die Parameter an sich von Jahr zu Jahr aufgrund von äusseren Umständen ändern. Das geschieht in einer Art und Weise, welche im wesentlichen alle Versicherer gleich betrifft.
Beispiel: der Erwartungswert der Anzahl Strassenverkehrsunfälle hängt von der Temperatur im Sommer ab. Ein heisser Sommer verursacht mehr Freizeitverkehr als in einem anderen Jahr und führt damit bereits im Erwartungwert zu einer grösseren Anzahl Unfälle. Zu Beginn des Jahres, wenn der Erwartungswert geschätzt werden soll, sind diese äusseren Umstände noch nicht bekannt. Die Schätzung ist deshalb mit einer Unsicherheit behaftet. Diese lässt sich nicht wegdiversifizieren, sie betrifft sowohl grosse wie kleine Versicherer.
Die Gesamtheit dieser äusseren Umstände und Unsicherheiten wird hier durch die Risikocharaktersitik Θ charakterisiert (siehe auch die folgende Abbildung). Θ ist eine Zufallsvariable.

Das stochastische Risiko oder Zufallsrisiko besteht aus der Unsicherheit der Jahresschadenhöhe, wenn die Risikocharaterisitik Θ (äusseren Umstände, Verteilungsparameter) gegeben ist. Es geht also beispielsweise um die Frage, wie sich die Anzahl der Strassenverkehrunfälle als Zufallsvariable verhält, wenn gegeben ist, dass der Sommer heiss wird.

Um Parameterrisiko und Zufallsrisiko formal einzuführen, betrachten wir zunächst die Situation einer allgemeinen Zufallsvariablen S. Danach werden wir S weiter unten mit dem Schadenaufwand identifizieren.

Als ersten Schritt bemerken wir, dass sich die Varianz von S
aus zwei Teilen zusammensetzt

$$Var(S) = Var\left(E\left[S\middle|\Theta\right]\right) + E\left[Var\left(S\middle|\Theta\right)\right],$$

dem Parameterrisiko (1. Term) und dem Zufallsrisiko (2. Term).
Zur Begründung betrachten wir die rechte Seite und schreiben sie um,

$$\begin{aligned} Var(E[S|\Theta]) + E[Var(S|\Theta)] &= E[E^2(S|\Theta)] - E^2[E(S|\Theta)] + E[E(S^2|\Theta) - E^2(S|\Theta)] \\ &= E[E(S^2|\Theta)] - E^2[E(S|\Theta)] \\ &= E[S^2] - E^2[S] \\ &= Var(S) \end{aligned}$$

um die linke Seite zu erhalten.

Die Interpretation der Terme auf der rechten Seite am Beispiel des Sommers ist folgende.

- Je nach Typ des Sommers (heiss, mittel, kühl) ist der Erwartungswert von S anders. Der erste Term misst die Varianz davon. Er ist also ein Mass für die Unsicherheit in der Schätzung des Erwartungswertes und damit für das Parameterrisiko.
- Der zweite Term ist ein Mittelwert der Varianzen, die in den einzelnen Sommertypen gelten. Damit wird die Schwankungen von S um den Erwartungswert betrachtet (Zufallsrisiko)

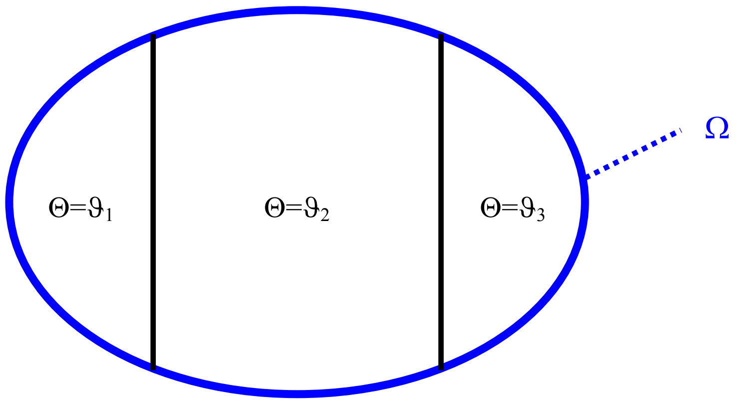


Abbildung: beispielhafte Darstellung des Wahrscheinlichkeitsraumes Ω mit drei möglichen Ausprägungen der Risikocharakteristik Θ (zum Beispiel Θ =ϑ_1: „heisser Sommer“, Θ =ϑ_2: „mittlerer Sommer“, Θ =ϑ_3: „kalter Sommer“). In jeder der Ausprägungen ist die Verteilung von S anders.

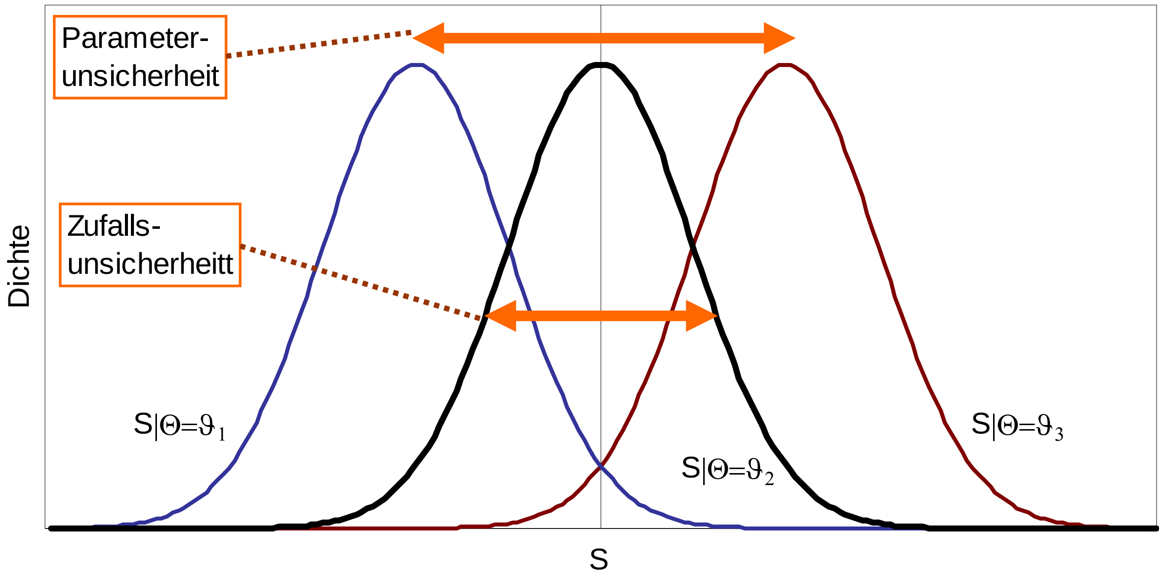


Abbildung: schematische Darstellung der Dichte von S in den drei Zuständen ϑ_1, ϑ_2, und ϑ_3. Das Zufallsrisiko ist das Risiko, das sich aus der zufälligen Schwankung um den Erwartungswert ergibt. Das Parameterrisiko ist in der Unsicherheit der Schätzung des Erwartungswertes begründet.

8.4.5.2. Formel (26)

Wir betrachten nun S als Schadenaufwand der Normalschäden einer Line of Business, der sich zusammensetzt aus der stochastischen Summe

$$S = \sum_j^N Y_j$$

über die einzelnen Schäden Y_j. Um die Notation zu erleichtern, verzichten wir hier auf Indizes für die Line of Business und die Kennzeichnung „NS“ oder „KS“ für die Normalschäden bzw. Kleinschäden. Im vorangehenden Abschnitt haben wir gezeigt, dass die Varianz von S aus zwei Beiträgen (Parameterrisiko und Zufallsrisiko) besteht. Daraus folgt sofort für den Variationskoeffizienten:

$$Vko^2(S) = \frac{Var(S)}{E^2[S]} = \frac{Var\left(E[S|\Theta]\right)}{E^2[S]} + \frac{E[Var\left(S|\Theta\right)]}{E^2[S]}.$$

Den ersten Term bezeichnen wir als $VK_{p,i}{}^2$, den Variationskoeffizienten von S bezüglich des Parameterrisikos.
Es bleibt, den zweiten Term für das Zufallsrisiko auszuwerten.
Wir nehmen an, dass bei gegebener Risikocharachteristik die Zahl der Schäden poissonverteilt sei

$$N|(\Theta = \vartheta) \sim Pois(\lambda(\vartheta)),$$

und dass die ersten beiden Momente der Einzelschadenhöhe gegeben seien durch

$$E[Y_j|\Theta = \vartheta] = \mu_Y(\vartheta)$$

$$Var[Y_j|\Theta = \vartheta] = \sigma_Y^2(\vartheta)$$

Die Annahme der Poissonverteilung für $N|(\Theta=\vartheta)$ impliziert

$$E[N|\Theta=\vartheta]=Var(N|\Theta=\vartheta)=\lambda(\vartheta).$$

Gegeben, dass $\Theta=\vartheta$ und der Annahme der Unabhängigkeit von N und Y_j ist die Verteilung von S also eine zusammengesetzte Poissonverteilung. Ihre Varianz ist gegeben durch den bekannten Ausdruck:

$$\begin{aligned}Var(S|\Theta=\vartheta) &= Var(Y_j|\Theta=\vartheta)\cdot E[N|\Theta=\vartheta]+E^2[Y_j|\Theta=\vartheta]\cdot Var(Y_j|\Theta=\vartheta)\\ &=\sigma_Y^2(\vartheta)\cdot\lambda(\vartheta)+\mu_Y^2(\vartheta)\cdot\lambda(\vartheta)\end{aligned}$$

Bilden des Erwartungswertes über Θ ergibt

$$\begin{aligned}E[Var(S|\Theta)] &= E[\sigma_Y^2(\Theta)\cdot\lambda(\Theta)+\mu_Y^2(\Theta)\cdot\lambda(\Theta)]\\ &=\sigma_Y^2\cdot\lambda+\mu_Y^2\cdot\lambda,\end{aligned}$$

wobei λ, μ_Y^2 und σ_Y^2 die Erwartungswerte $E[\lambda(\Theta)]$, $E[\mu_Y^2(\Theta)]$ und $E[\sigma_Y^2(\Theta)]$ sind.

Bemerkung: Bei der Bildung des Erwartungswertes über Θ wird der Erwartungswert eines Produktes durch das Produkt der Erwartungswerte ersetzt. Das gilt nur dann exakt, wenn die beiden Faktoren ($\sigma_Y^2(\Theta)$ und $\lambda(\Theta)$) bzw. ($\mu_Y^2(\Theta)$ und $\lambda(\Theta)$) unabhängig sind. Damit eine solche Unabhängigkeit gilt, muss Θ auf $\mu_Y^2(\Theta)$, $\sigma_Y^2(\Theta)$ einerseits und $\lambda(\Theta)$ andererseits unabhängig voneinander wirken. Das wird erreicht, indem wir annehmen, dass Θ in zwei unabhängige Teile Θ_Y und Θ_N zerfällt, und dass Θ_Y nur auf $\mu_Y^2(\Theta)$, $\sigma_Y^2(\Theta)$ und dass Θ_N nur auf $\lambda(\Theta)$ wirkt.

Daraus bilden wir den Variationskoeffizienten (bezüglich des Zufallsrisikos)

$$\begin{aligned}Vko_Z^2(S) &= \frac{E[Var(S|\Theta)]}{E^2[S]}=\frac{\sigma_Y^2\cdot\lambda+\mu_Y^2\cdot\lambda}{\mu_Y^2\cdot\lambda^2}\\ &=\frac{1}{\lambda}\cdot\left(\frac{\sigma_Y^2}{\mu_Y^2}+1\right)\\ &=\frac{1}{\lambda}\cdot\left(Vko^2(Y_j)+1\right)\end{aligned}$$

und haben damit haben auch den zweiten Term der Formel (26) erhalten.

8.4.6. Variationskoeffizienten für das PY-Parameterrisiko

Variationskoeffizienten $Vko(C_{PY}\cdot R_{PY}^{(0)})=Vko(C_{PY})$ der Rückstellungen bezüglich des Parameterrisikos.

Branche	Vko
MFH	3.5%
MFK	3.5%
Sach	3.0%
Haftpflicht	4.5%
UVG	3.5%
Unfall ohne UVG	3.0%
Kollektiv Kranken	3.0%
Einzelkranken	5.0%
Transport	5.0%
Luftfahrt	5.0%
Finanz und Kaution	5.0%
Andere	5.0%

Tabelle. Variationskoeffizienten für die Einzelschadenhöhen

8.5. Kreditrisiko

8.5.1. Definiton der Ratings

Agentur	**Rating**						
Standard&Poor's	AAA	AA+	AA	AA-	A+	A	A-
Moody's	Aaa	Aa1	Aa2	Aa3	A1	A2	A3
Fitch IBCA	AAA	AA+	AA	AA-	A+	A	A-

Agentur	**Rating**								
Standard&Poor's	BBB+	BBB	BBB-	BB+	BB	BB-	B+	B	B-
Moody's	Baa1	Baa2	Baa3	Ba1	Ba2	Ba3	B1	B2	B3
Fitch IBCA	BBB+	BBB	BBB-	BB+	BB	BB-	B+	B	B-

Agentur	**Rating**					
Standard&Poor's	CCC+	CCC	CCC-	CC	C	D
Moody's	Caa1	Caa2	Caa3	Ca	C	
Fitch IBCA	CCC+	CCC	CCC-	CC	C	D

Source: Basel 2: Quantitative Impact Study 3: Instructions

8.6. Bemerkungen zu einigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen

8.6.1. Normalverteilung

Die Standardnormalverteilung hat die folgende Dichte- und kumulative Verteilungsfunktion:

$$\varphi_{0,1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

$$\Phi_{0,1}(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi_{0,1}(x)dx$$

Die Dichte und die kumulative Verteilungsfunktion der allgemeinen, univariaten Normalverteilung sind

$$\varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{\sigma}\varphi_{0,1}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$\Phi_{\mu,\sigma}(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi_{\mu,\sigma}(x)dx = \Phi_{0,1}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ.
Sei die Zufallsvariablen $X \sim N(\mu,\sigma)$ normalverteilt. Der Expected Shortfall

$$ES_\alpha(X) = E[X \mid X \le VaR_\alpha(X)]$$

von X, wobei $\alpha \in (0,1)$, häufig jedoch eine kleine Zahl nahe bei 0 ist, kann im allgemeinen Fall nicht in geschlossener Form dargestellt werden. Für eine normalverteilte Variable ergibt er sich jedoch mit direkter Rechnung. Wir betrachten zunächst den Spezialfall einer Standardnormalverteilung $Z \sim N(0,1)$. Die Auswertung des Integrals

$$ES_\alpha(Z) = \frac{1}{\alpha} \cdot \int_{-\infty}^{q_\alpha^{(0,1)}} y \cdot \tfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy$$

führt auf

$$ES_\alpha(Z) = -\frac{1}{\alpha} \cdot \varphi_{0,1}(q_\alpha^{(0,1)}).$$

Dabei bedeutet $q_\alpha^{(0,1)} = \Phi_{0,1}^{-1}(\alpha)$ das α - Quantil der Standardnormalverteilung. Der Expected Shortfall einer Grösse $X \sim N(\mu,\sigma)$ ist offensichtlich um den Faktor σ grösser und um den Erwartungswert μ nach rechts verschoben. Damit erhalten wir

$$ES_\alpha(X) = -\frac{1}{\alpha} \cdot \sigma \cdot \varphi_{0,1}(q_\alpha^{(0,1)}) + \mu .$$

Man beachte, dass dies eine lineare Funktion in μ und σ ist.

Der Expected Shortfall von X kann auch direkt aus dem Integral

$$I_{\mu,\sigma}(y) = \int_{-\infty}^{y} x \cdot \varphi_{\mu,\sigma}(x)dx = -\sigma^2 \cdot \varphi_{\mu,\sigma}(y) + \mu \cdot \Phi_{\mu,\sigma}(y)$$

berechnet werden. Dazu wird $y = q_\alpha^{(\mu,\sigma)} = \Phi_{\mu,\sigma}^{-1}(\alpha)$ gesetzt und $\Phi_{\mu,\sigma}\left(\Phi_{\mu,\sigma}^{-1}(\alpha)\right) = \alpha$ benutzt. Das führt sofort auf das dasselbe Resultat

$$ES_\alpha(X) = \frac{1}{\alpha} I_{\mu,\sigma}(q_\alpha^{(\mu,\sigma)}) = -\frac{1}{\alpha} \cdot \sigma^2 \cdot \varphi_{(\mu,\sigma)}(q_\alpha^{(\mu,\sigma)}) + \mu$$

wie oben.
Als Vereinfachung für die Auswertung der rechten Seite kann $\varphi_{(\mu,\sigma)}(q_\alpha^{(\mu,\sigma)}) = \varphi_{(0,\sigma)}(q_\alpha^{(0,\sigma)})$ benutzt werden. Es ist interessant, dass in dieser Darstellung σ quadratisch auftaucht, in der Darstellung weiter oben jedoch nur in der ersten Potenz. Das hängt damit zusammen, dass für die Dichtefunktionen

$$\varphi_{(0,1)}(q_\alpha^{(0,1)}) = \sigma \cdot \varphi_{(\mu,\sigma)}(q_\alpha^{(\mu,\sigma)})$$

gilt.

Eine Dimensionsüberlegung führt auf dasselbe Resultat:
Y ist dimensionslos, bzw. Y hat die Dimension einer Zahl, also 1. Das gleiche gilt für seine Dichtefunktion, Erwartungswert und Standardabweichung.
X hingegen ist nicht dimensionslos, seine Dimension d ist z.B. eine Länge oder eine Währung, etc. Erwartungswert, Standardabweichung und Expected Shortfall haben ebenfalls Dimension d, die Dichte hingegen d^{-1}. Daraus folgt, dass σ in der einen Darstellung in der Potenz 1 und in der zweiten Darstellung in der Potenz 2 erscheinen **muss**.

8.6.2. Lognormalverteilung

Eine Zufallsvariable Y ist lognormalverteilt, wenn gilt

$$\ln(Y / y_0) \sim N(\mu,\sigma),$$

das heisst, wenn der Logarithmus von, mit y_0 normiertem, Y eine normalverteilte Grösse ist. Gelegentlich wird nur gefordert, dass

$$\ln(Y) \sim N(\mu,\sigma).$$

Diese Definition ist dann zulässig, wenn Y eine dimensionslose Grösse, d.h. eine Zahl ist.

Nehmen wir an, dass y_0 eine positive Grösse ist, so ist der Träger von Y die positiv Halbachse.
Für die Dichteverteilung und kumulative Verteilungsfunktion von Y gilt

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \frac{1}{y} \cdot \exp\left(-\frac{(\ln(y/y_0) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$F_Y(y) = \Phi_{\mu,\sigma}(\ln(y/y_0)),$$

wobei $\Phi_{\mu,\sigma}(x)$ die kumulative Verteilungsfunktion der Normalverteilung ist.

Es ist zu beachten, dass μ und σ nicht den Erwartungswert und die Standardabweichung von Y bezeichnen. Zwischen dem Erwartungswert und der Varianz einerseits und den Parametern μ und σ andererseits gelten die Beziehungen:

$$E[Y] = y_0 \cdot \exp(\mu + \tfrac{1}{2}\sigma^2)$$
$$Var(Y) = {y_0}^2 \cdot \exp(2\mu + \sigma^2) \cdot (\exp(\sigma^2) - 1) = E^2[Y] \cdot (\exp(\sigma^2) - 1)$$

und

$$\mu = \ln\left(\frac{E[Y]}{y_0}\right) - \tfrac{1}{2}\ln\left(\frac{Var(Y)}{E^2[Y]} + 1\right) = \ln\left(\frac{E[Y]}{y_0}\right) - \tfrac{1}{2}\sigma^2$$
$$\sigma^2 = \ln\left(\frac{Var(Y)}{E^2[Y]} + 1\right) \geq 0$$

Das Quantil beziehungsweise Value at Risk bezüglich dem Quantilniveau α ist

$$q_\alpha = y_0 \cdot \exp(\Phi^{-1}_{\mu,\sigma}(\alpha)) = y_0 \cdot \exp(\mu + \sigma \cdot \Phi^{-1}_{0,1}(\alpha)),$$

mit $\Phi^{-1}_{\mu,\sigma}(\alpha)$ als Umkehrfunktion der kumulativen Verteilungsfunktion der Normalverteilung. Der Expected Shortfall (im rechten Schwanz der Lognormalverteilung) ist:

$$ES_\alpha(Y) = \frac{1}{1-\alpha} \cdot \left(1 - \Phi_{0,1}(\Phi^{-1}_{0,1}(\alpha) - \sigma)\right) \cdot E[Y].$$

Hinweis zur Herleitung: es ist das Integral

$$I = \int_{q_\alpha}^{\infty} y \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \frac{1}{y} \cdot \exp\left(-\frac{[\ln(y/y_0) - \mu]^2}{2\sigma^2}\right) dy$$

auszuwerten. Mit der Substituierung $u = \ln(y/y_0)$ und quadratischer Ergänzung ergibt sich

$$I = y_0 \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot \int_{\ln(q_\alpha/y_0)}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{[u - (\mu + \sigma^2)]^2}{2\sigma^2}\right) du.$$

Dieses Integral kann als Integral über die Dichte einer normalverteilten Grösse aufgefasst werden mit dem Wert

$$\int_{\ln(q_\alpha/y_0)}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{[u - (\mu + \sigma^2)]^2}{2\sigma^2}\right) du = 1 - \Phi_{0,1}\left(\frac{1}{\sigma}\left(\ln(q_\alpha/y_0) - (\mu + \sigma^2)\right)\right).$$

Mit dem oben erwähnten Ausdruck $q_\alpha = y_0 \cdot \exp(\mu + \sigma \cdot \Phi^{-1}_{0,1}(\alpha))$ für das Quantil ergibt sich die genannte Formel für den Expected Shortfall.

8.6.3. Gammaverteilung

Wir betrachten die zweiparametrige Gammaverteilung $Ga(\alpha,\beta)$ mit der Dichte

$$f_{\alpha,\beta}(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}\exp\left(-\dfrac{x}{\beta}\right) & ,x>0\\ 0 & ,x\leq 0\end{cases}$$

wobei $\Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty}t^{\alpha-1}e^{-t}dt$ die Gammafunktion ist.

Der Träger einer gammaverteilten Grösse ist wie bei der Lognormalverteilung die positive Halbachse.

Die Parameter α und β heissen Formparameter beziehungsweise Skalenparameter. In der Tat wirkt sich β nur auf die Skaleneinheit, nicht aber auf die „Form“ der Verteilung aus.

Sei $X\sim Ga(\alpha,\beta)$. Zwischen den ersten beiden Momenten und den beiden Parametern gelten folgende Beziehungen:

$$\mu=E[X]=\alpha\beta$$
$$\sigma^2=Var[X]=\alpha\beta^2$$

und

$$\alpha=\frac{\mu^2}{\sigma^2}$$
$$\beta=\frac{\sigma^2}{\mu}$$

Daraus lässt sich unmittelbar die Eigenschaft herleiten, dass der Variationskoeffizient

$$Vko(X)=\frac{\sigma}{\mu}=\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

wie zu erwarten nicht vom Skalenparameter abhängt.

Es sei mit $F_{\alpha,\beta}(x)$ die kummulative Verteilungsfunktion der Variable X beschrieben. Für den Expected Shortfall (im rechten Schwanz, d.h γ nahe bei 1) lässt sich elementar herleiten:

$$ES_{\gamma}(X)=\frac{1}{1-\gamma}\cdot\int_{q_{\gamma}}^{\infty}xf_{\alpha,\beta}(x)dx=\alpha\beta\cdot\frac{1-F_{\alpha+1,\beta}(q_{\gamma})}{1-F_{\alpha,\beta}(q_{\gamma})},$$

wobei mit q_{γ} das γ - Quantil bezeichnet ist.

8.6.4. Vergleich der Normal-, Lognormal und der Gammaverteilung

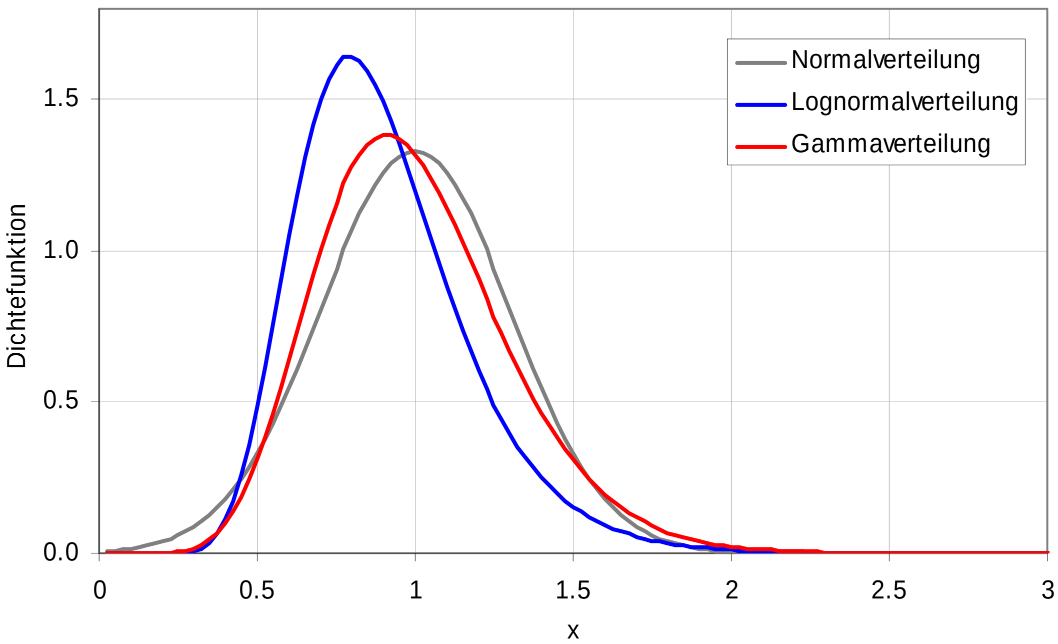


Abbildung 12: Dichtefunktion für Normal-, Lognormal- und Gammaverteilungen mit Erwartungswert 1 und Standardabweichung 0.3.

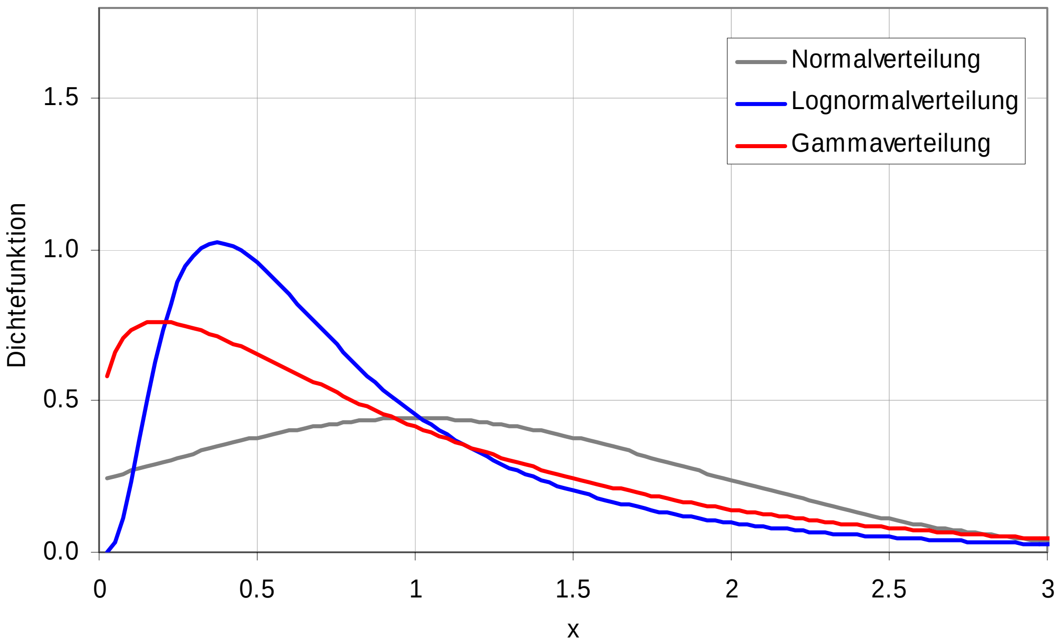


Abbildung 13: Dichtefunktion für Normal-, Lognormal- und Gammaverteilungen mit Erwartungswert 1 und Standardabweichung 0.9.

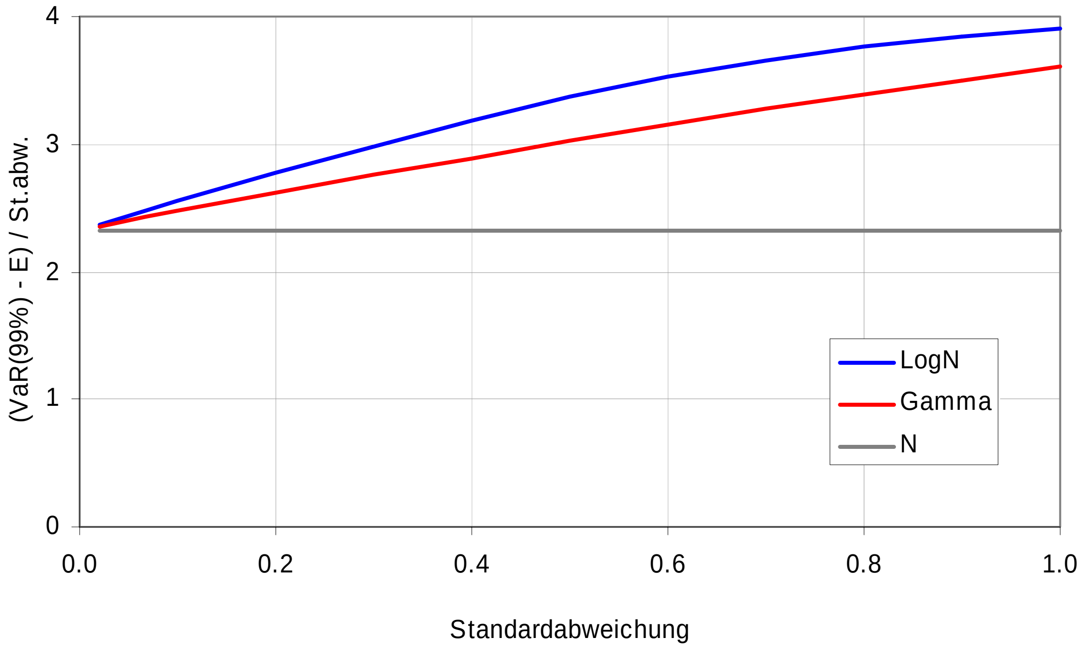


Abbildung 14: Value at Risk (99%) der Normal-, Lognormal- und der Gammaverteilung als Funktion der Standardabweichung. Dargestellt ist die Differenz des VaR und Erwartungswert als Vielfaches der Standardabweichung. Für die Normalverteilung resultiert ein konstanter Wert von 2.326.

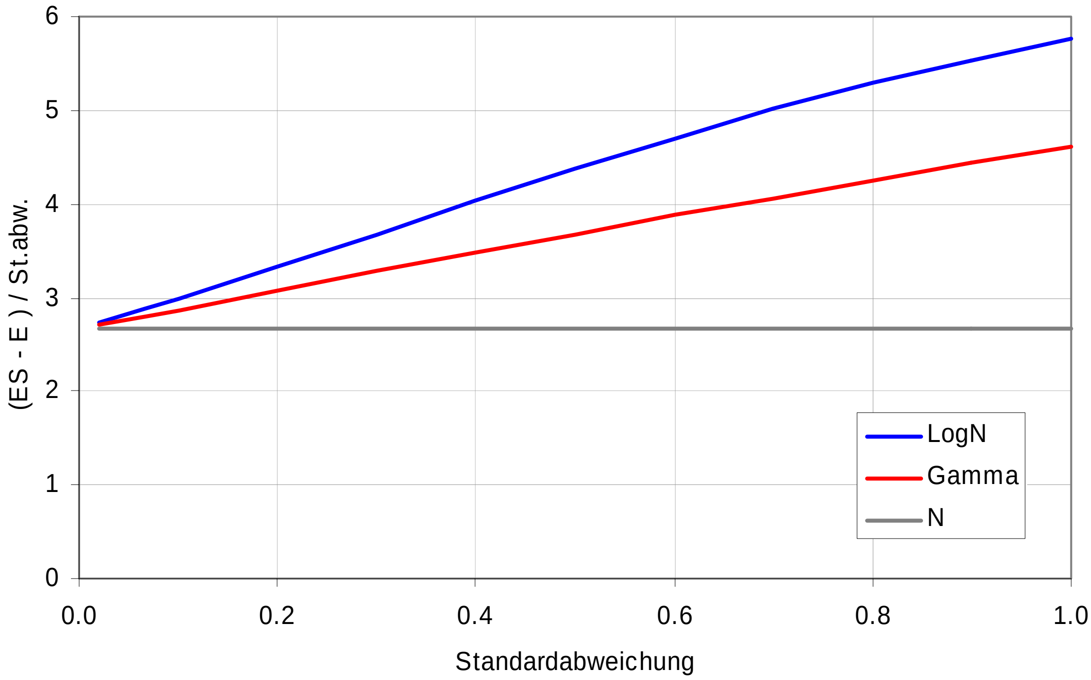


Abbildung 15: Expected Shortfall (99%) der Normal-, Lognormal- und der Gammaverteilung als Funktion der Standardabweichung. Dargestellt ist die Differenz des Expected Shortfall und Erwartungswert als Vielfaches der Standardabweichung. Für die Normalverteilung resultiert ein konstanter Wert von 2.665.

8.6.5. Paretoverteilung

Wir betrachten die Paretoverteilung mit der kumulativen Verteilungsfunktion

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < \beta \\ 1-(x/\beta)^{-\alpha} & x \geq \beta \end{cases}$$

und der Verteilungsdichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < \beta \\ \dfrac{\alpha}{\beta} \cdot (x/\beta)^{-\alpha-1} & x \geq \beta \end{cases}$$

mit Skalenparameter β und Formparameter α.
Für $\alpha > 1$ existiert der Erwartungswert und für $\alpha > 2$ die Varianz einer paretoverteilten Grösse X. Diese sind

$$E[X] = \frac{\alpha}{\alpha-1} \cdot \beta$$

und

$$Var(X) = \frac{\alpha}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)} \cdot \beta^2 .$$

Der Value at Risk bzw. das Quantil zum Quantilniveau l sind:

$$VaR_l(X) = q_l = (1-l)^{(-1/\alpha)} \cdot \beta$$

Expected Shortfall zum Quantilniveau l für $\alpha > 1$:

$$\begin{aligned} ES_l(X) &= \frac{1}{1-l} \cdot \frac{\alpha}{\alpha-1} \beta^{\alpha} q_l^{-\alpha+1} \\ &= \frac{1}{1-l} \cdot E[X] \cdot \left(\frac{\beta}{q_l} \right)^{\alpha-1} \\ &= \frac{1}{(1-l)^{1/\alpha}} \cdot E[X] \\ &= \frac{1}{(1-l)^{1/\alpha}} \cdot \frac{\alpha}{\alpha-1} \cdot \beta \\ &= \frac{\alpha}{\alpha-1} \cdot q_l \\ &= \frac{\alpha}{\alpha-1} \cdot VaR_l(X) \end{aligned}$$

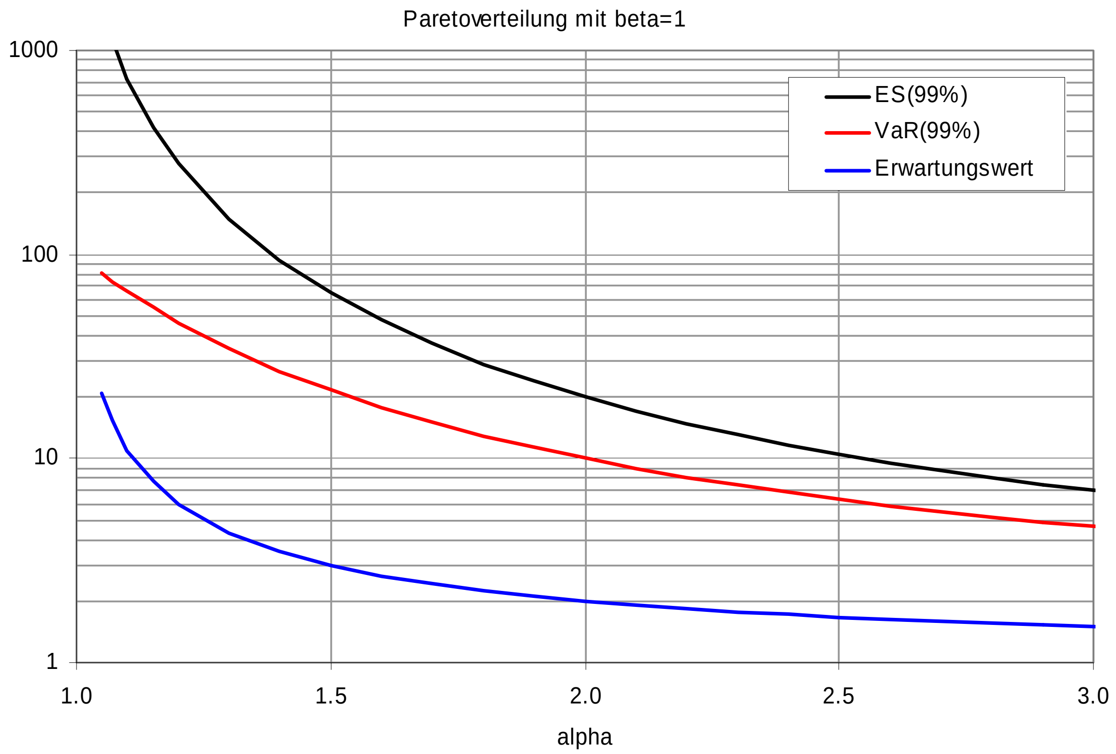


Abbildung 16: Erwartungswert, VaR(99%) und Expected Shortfall (99%) für eine Paretoverteilung mit $\beta = 1$. Bei kleinen α nehmen VaR und ES aufgrund des zunehmend schwereren Schwanzes sehr hohe Werte an.

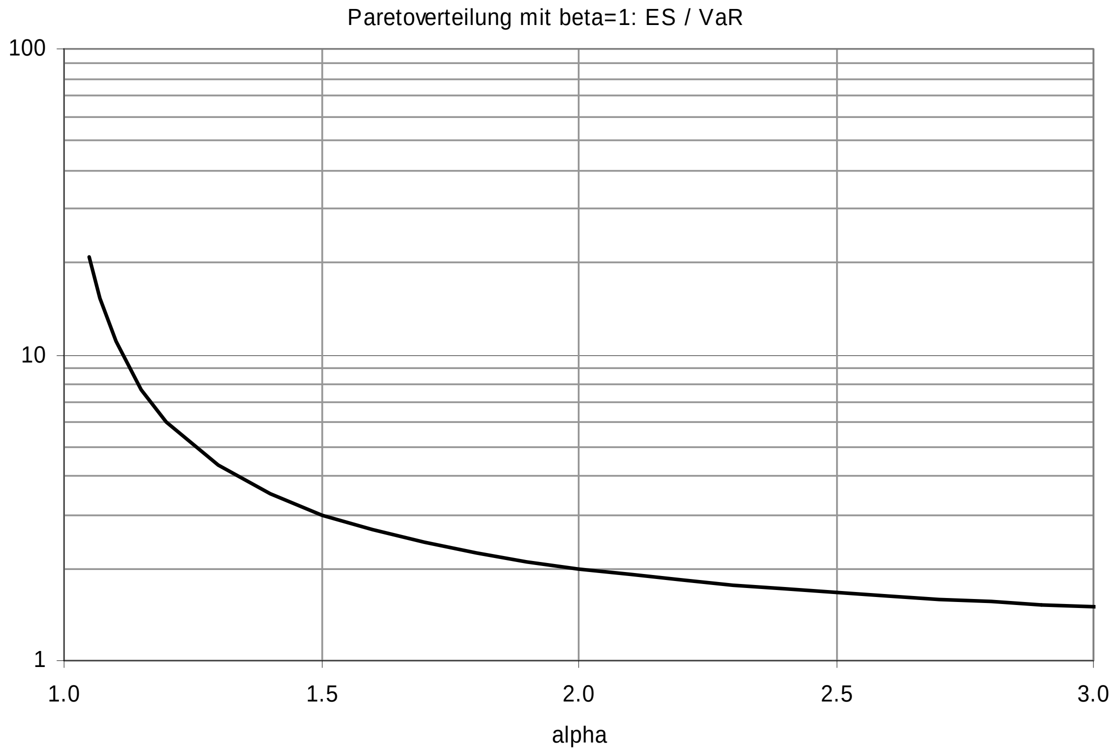


Abbildung 17: Verhältnis von Expected Shortfall(99%) und VaR(99%) bei einer Paretoverteilung in Abhängigkeit des Paretoparameters α. Für kleine α ist der Expected Shortfall deutlich grösser als VaR.

8.6.6. Abgeschnittene Paretoverteilung

Wir betrachten eine bei $x = \gamma$ abgeschnittene Paretoverteilung mit der kumulativen Verteilungsfunktion

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < \beta \\ 1-(x/\beta)^{-\alpha} & \beta \le x \le \gamma \\ 1 & \gamma < x \end{cases}$$

und der Verteilungsdichtefunktion

$$f(x) = \left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^{-\alpha} \cdot \delta(x-\gamma) + \begin{cases} 0 & x < \beta \\ \dfrac{\alpha}{\beta}(x/\beta)^{-\alpha-1} & \beta \le x < \gamma, \\ 0 & \gamma \le x \end{cases}$$

wobei $\delta(x-\gamma)$ die Diracdistribution einer Variable mit Masse 1 an der Stelle γ ist. $f(x)$ hat ein Atom der Masse $(\gamma/\beta)^{-\alpha}$ an der Stelle γ. Dieses kommt dadurch zustande, dass die Wahrscheinlichkeitsmasse, die bei der normalen Paretoverteilung über dem Abschneidepunkt liegt, bei der abgeschnittenen Verteilung an der Stelle γ konzentriert wird.
Für den Erwartungswert ergibt sich:

$$E[X] = \begin{cases} \left(\ln(\gamma/\beta)+1\right)\cdot\beta & \alpha = 1 \\ \dfrac{\alpha}{\alpha-1}\cdot\beta\cdot\left(1-\dfrac{1}{\alpha}\left\{\dfrac{\beta}{\gamma}\right\}^{\alpha-1}\right) & \alpha \ne 1 \end{cases}$$

Betrachten wir den Fall $\alpha > 1$. Der Erwartungswert der nicht abgeschnittenen Paretiverteilung hat den Erwartungswert $\frac{\alpha}{\alpha-1}\cdot\beta$ (Abschnitt 8.6.5). Somit stellt der Faktor $1-\frac{1}{\alpha}\left\{\frac{\beta}{\gamma}\right\}^{\alpha-1}$ das Verhältnis der Erwartungswerte der abgeschnittenen und der nicht abgeschnittenen Verteilung dar.

8.7. Kontakt

Philipp Keller	philipp.keller@bpv.admin.ch	++41 31 324 93 41 ++41 79 817 07 51
Thomas Luder	thomas.luder@bpv.admin.ch	++41 31 325 01 68
Mark Stober	mark.stober@bpv.admin.ch	++41 31 323 54 19

Web http://www.bpv.admin.ch/themen/00506

Bundesamt für Privatversicherungen BPV

Schwanengasse 2

CH - 3001 Bern